



# PHYSIQUE

2nd LS

# **PHYSIQUE**

## **Seconde LS**



## Table des matières

PHYSIQUE .....	2
Table des matières .....	3
Introduction.....	5
3- LIGNES TRIGONOMETRIQUES.....	7
Chapitre I : MOUVEMENT ET VITESSE .....	9
I- MOUVEMENT .....	9
A- Définition : .....	9
B- LES REPERES D'ESPACES .....	9
C- LA TRAJECTOIRE D'UN POINT MOBILE .....	11
II- VITESSE .....	12
A- VITESSE MOYENNE .....	12
B- VITESSE INSTANTANEE. ....	13
1- Application de la vitesse instantanée.....	13
a) Application à un mouvement rectiligne .....	13
b) Application à un mouvement curviligne .....	14
c) Application à un mouvement circulaire. ....	14
d) Relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire .....	14
2- Caractéristiques du vecteur vitesse .....	15
3- Différents sortes de mouvement. ....	15
Chapitre II : LE CENTRE D'INERTIE, LA QUANTITE DE MOUVEMENT.....	17
I- LE CENTRE D'INERTIE.....	17
II- LE CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE COMPOSITE. ....	17
III- QUANTITE DE MOUVEMENT .....	23
1.1- Vecteur quantité de mouvement d'un solide .....	23
1.2- Vecteur quantité de mouvement d'un système mécanique par 2 solides. ....	24
2- Conservation du vecteur quantité de mouvement .....	24
CHAPITRE III : LES FORCES .....	28
3) Représentation d'une force.....	28
4) Somme vectorielle de deux forces .....	28
I- MESURE DE L'INTENSITE D'UNE FORCE .....	29

1-	Le poids d'un corps.....	29
A-	LES DIFFERENTES FORCES.....	30
1-	Forces distantes .....	30
B-	CONTACT SANS FROTTEMENT.....	30
2-	Contact avec frottement .....	31
1-	Les tensions .....	31
	CHAPITRE IV : EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS A DEUX FORCES .....	38
I-	Condition d'équilibre d'un solide soumis à deux forces. ....	38
1-	Application.....	38
a)	Equilibre d'un solide posé sur un plan. Réaction d'un support .....	38
b)	Stabilité d'un équilibre .....	39
c)	Plan incliné .....	39
3)	Equilibre d'un solide suspendu, notion de tension .....	41
	Bibliographie.....	49

## **Introduction**

La science n'est pas concevable sans la mesure et son histoire est ancienne. La plupart des civilisations primitives telles que Egyptienne, Babylonienne... par nécessité économique ont été amenées à effectuer des mesures : mesure des terrains, de temps, de vitesse, pour cela, il a fallu créer des nombres.

### **Nombres décimaux.**

Les nombres décimaux sont généralement utilisés pour exprimer les résultats des opérations. Dans la plus part des cas, ces résultats sont arrondis à la 1<sup>ère</sup>, 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>... décimale.

Pour arrondir un chiffre, on regarde le chiffre situé juste après le chiffre à arrondir, s'il est supérieur ou égal à 5, on ajoute +1 au chiffre à arrondir.

**Exemple :** arrondir 52,376 à la 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> décimale.

### **Solution**

1<sup>er</sup> décimal : 52,4

2<sup>ème</sup> décimale : 52,38

Exercice d'application : arrondir les nombres suivants : 43,26746 ; 0,01374 ; 3,43962 ; 2,96712 respectivement à la 1<sup>er</sup>, 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup>, 4<sup>ème</sup> décimale.

### **Système internationale d'unité (SI)**

Dans le souci de trouver un langage (grandeur commune), le milieu scientifique a bâti un système d'unités commun basé sur des grandeurs naturelles. Ces grandeurs sont :

### **Unité de base**

Nom des grandeurs	Nom de l'unité	symbole
longueur	Mètre	m
temps	seconde	s
masse	kilogramme	kg
Température	kelvin	k
Quantité de matière	mole	mol

### **Unité dérivée**

Noms des grandeurs	Nom de l'unité	symbole
vitesse	Mètre par seconde	$\text{m/s}$ ( $\text{m.s}^{-1}$ )
Masse volumique	Kilogramme par mètre cube	$\text{Kg/m}^3$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
Force	Newton	N
Energie	Joule	J
Puissance	Watt	W

Pression	Pascal	Pa
Mouvement d'une force	Newton mètre	N.m
Aire ou surface	Mètre carré	M <sup>2</sup>
Quantité de mouvement	Kilogramme mètre par seconde	Kg.m/s (kgm.s <sup>-1</sup> )

multiples	Symbole	facteurs	Sous multiple	Symbol	facteurs
Tera	T	$10^{12}$	deci	d	$10^{-1}$
Giga	G	$10^9$	centi	C	$10^{-2}$
Mega	M	$10^6$	milli	m	$10^{-3}$
Kilo	K	$10^3$	micro	$\mu$	$10^{-6}$
Hecto	h	$10^2$	nano	n	$10^{-9}$
deca	da	10	pico	p	$10^{-12}$

### Multiples et sous multiples du mètre

Le kilomètre	$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$
Le centimètre	$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$
Le millimètre	$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$
Le micromètre	$1 \text{ } \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
Le nanomètre	$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$
Le picomètre	$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$

### Multiple et sous multiples de la seconde

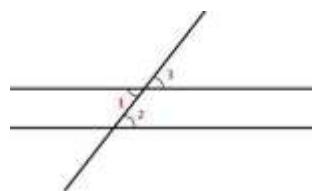
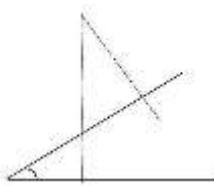
Le jour (j)	$1j = 86400s$
L'heure (h)	$1h = 3600s$
La minute (min)	$1\text{min} = 60s$
La milliseconde	$1ms = 10^{-3}s$
La microseconde	$1Ms = 10^{-6}s$
La nanoseconde	$1ns = 10^{-9}s$

### Notions mathématique

#### A- Les angles

##### 1- Egalité d'angles

- Deux angles à côté perpendiculaires sont égaux.



- Angles déterminés par deux droites parallèles coupées par une sécante.

A) Deux angles tels que 1 et 2 sont dits alternes-internes : ils sont égaux.

b) deux angles tel que 2 et 3 sont dits correspondants : ils sont égaux.

c) les angles 1 et 2 opposés par le sommet sont égaux.

## 2- unité de mesure d'angles

L'unité de mesure des angles (et des arcs de cercles) est le radian (en abrégé rad).

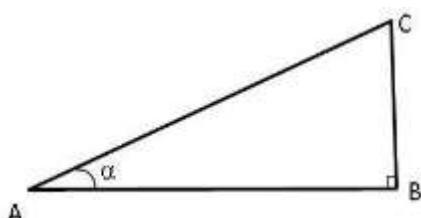
Le radian est la mesure d'un angle qui intercepte sur un cercle centré en un sommet, un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle.

La longueur d'un cercle de rayon  $R$  est  $2\pi R$ , et l'angle correspondant est  $2\pi$  rad.

On utilise aussi d'autres unités de mesure d'angles ou d'arcs : le degré ( $^{\circ}$ ) et le grade (gr).

Retenons que  $2\pi$  rad =  $360^{\circ}$  = 400 gr ; ainsi  $1\text{rad} = 57^{\circ}17 = 63,66\text{gr}$ .

## 3- LIGNES TRIGONOMETRIQUES



Dans le triangle rectangle ABC, on a :

$$\diamond \quad \sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypothénuse}} = \frac{BC}{AC}; \text{ et } \cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \frac{AB}{AC}$$

- ❖  $\text{Tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{BC}{AB}$
- ❖  $\sin\alpha + \cos\alpha = 1 ; \quad -1 \leq \cos\alpha \leq 1 ; \quad -1 \leq \sin\alpha \leq 1.$
- ❖ Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit. Ainsi, pour le triangle ABC,  $AC^2 = BB^2 + BC^2$

## Chapitre I : MOUVEMENT ET VITESSE

### I- MOUVEMENT

#### A- Définition :

Mouvement est égal au déplacement, changement de position d'un corps dans l'espace. La notion de mouvement est une notion relative, par exemple une voiture se déplace par rapport à la route, aux arbres, aux maisons, qui constituent un référentiel. Un passager endormi, est en mouvement par rapport à la route, mais il est immobile par rapport à la carrosserie de la voiture choisie comme référentiel.

- ❖ Les notions de déplacement, de mouvement et de vitesse, sont relatives au référentiel choisi.

#### B- LES REPERES D'ESPACES

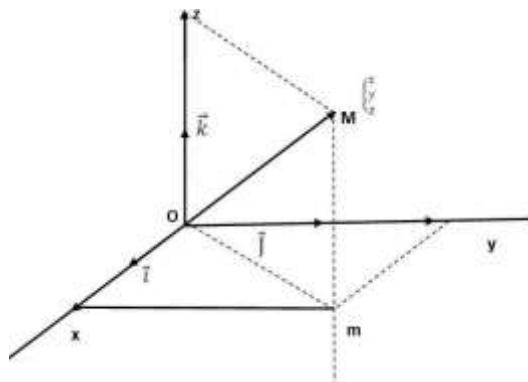
Il y a plusieurs façons de définir la position d'un mobile ponctuel dans l'espace.

##### 1- Repérage d'un point dans l'espace.

La position du point M est repérée par ses trois coordonnées cartésiennes  $x, y, z$  ;  $x$  est l'abscisse,  $y$  est l'ordonnée et  $z$  la cote.

Le trièdre ( $\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}, \overrightarrow{Oz}$ ) est trirectangle ; les vecteurs unitaires des axes  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ . On projette M en m sur le M et K ;  $x = \overline{OM}$ ,  $y = \overline{OK}$ . La projection de M sur oz est L ;  $z = \overline{OL}$

Lorsque le temps s'écoule, la position de M change et ses coordonnées varient :  $x, y$  et  $z$  sont les fonctions du temps.



A noter que le vecteur  $\overrightarrow{OM}$ , qui peut être utilisé pour définir la position du point mobile M, s'exprime en  $f(x,y,z)$  par la relation :  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

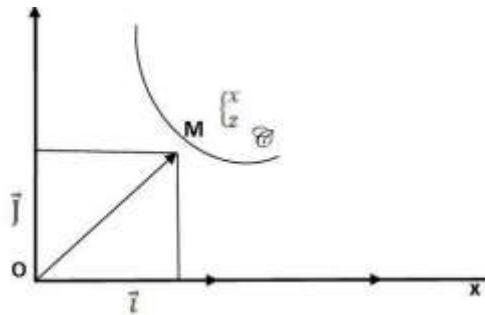
[*le système d'axes  $\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}, \overrightarrow{Oz}$ , qui permet de repérer la position du point M, porte le nom de repère d'espaces ou plus simplement de repère*]

## 2- Repérage d'un point dans un plan

Si le mobile se déplace dans un plan, on choisit un repère à deux dimensions c'est-à-dire à deux coordonnées  $x$  et  $y$ ,  $x$  = abscisse et  $y$  = ordonnée.

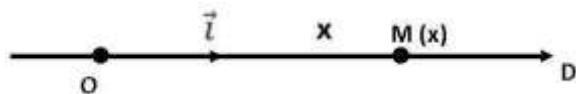
$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

La vecteur position  $\overrightarrow{OM}$  est donné par



## 3- Repérage d'un point sur une droite.

C'est le cas le plus simple. La droite est orientée. Cela signifie qu'on choisit un sens, une origine et une unité (vecteur unitaire  $\vec{i}$ ).



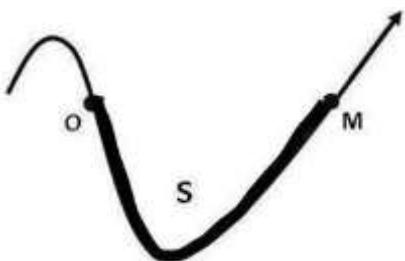
L'abscisse  $x = \overline{OM}$ , du point M sur la droite détermine sa position.

Le vecteur  $\overrightarrow{OM}$  s'écrit donc :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$$

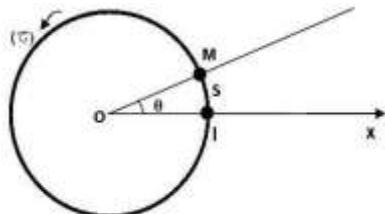
## 4- Repère d'un point sur une courbe

Si le mobile se déplace sur une courbe, l'arc  $\widehat{OM}$  s'appelle abscisse curviligne de M.  $\Rightarrow \widehat{OM} = s$



## 5- Repérage sur un cercle d'un point

Le mobile M se déplace sur un cercle C de centre O et de rayon R. On choisit un sens et un axe  $\overrightarrow{OX}$  quelconque. La position de M peut être définie par un abscisse curviligne  $S = \widehat{IM}$  ou par l'angle des vecteurs  $\Theta = (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OM})$



$$S = \widehat{OM} ; \quad \Theta = \Theta(t) \quad S = 2\pi.R$$

bien entendu, l'abscisse curviligne  $S$  est proportionnelles à l'angle  $\theta$ ,  
 $2\pi(rd) \leftrightarrow 2\pi R$  (longueur du cercle)  

$$\frac{\theta}{2\pi} = \frac{s}{2\pi R} \Rightarrow s = R\theta$$

$S$  et  $R$  en mètre (m) ;  $\Theta$  en radian

#### 6- Le repère de temps

Pour repérer à quel instant le mobile est dans une position donnée, il faut définir un instant origine.

On appelle date, l'intervalle de temps qui sépare l'instant considéré d'un instant près arbitrairement comme origine.

Le temps est exprimé en seconde dans le système internationale. Les multiples et les sous multiples de la seconde sont :

L'année (an)                             $1 \text{ an} = 365 \text{ jours}$

Le jour (j)                             $1j = 86400s$

L'heure                                     $1h = 3600s$

La minute                                 $1\text{min} = 60s$

La milliseconde                         $1ms = 10^{-3}s$

La microseconde                       $1\mu s = 10^{-6}s$

La nanoseconde                         $1ns = 10^{-9}s$

#### C- LA TRAJECTOIRE D'UN POINT MOBILE

On appelle trajectoire d'un point mobile, l'ensemble des positions successives occupées par le mobile au cours de son mouvement.

Si la trajectoire est une droite, le mouvement est rectiligne, sinon il est curviligne.

## II- VITESSE

### A- VITESSE MOYENNE

Par définition, c'est le quotient de la distance parcourue par le temps mis du parcours.

$$V_m = \frac{\text{distance par courue}}{\text{temps mis}} = \frac{d}{t}$$

Exemple : un athlète a battu en 1985 le record du monde de marathon féminin (42,195km) en 2h21min26s. Calculer sa vitesse moyenne en m/s puis en km/h

Solution

$$\text{Vitesse moyenne en m/s} \Rightarrow \left( \frac{1\text{km} \rightarrow 1000\text{m}}{42,195\text{km} \rightarrow x} \quad x = d = 42,195 \times 1000 = 42195\text{m} \right)$$

$$\left( \frac{2\text{h} = 3600\text{s}}{21\text{ min} = 21 \times 60 = 1260\text{s}} \quad 2\text{h}21\text{min}26\text{s} = 8486\text{s} \right)$$

26s

$$V_m = \frac{d}{t} = \frac{42195\text{m}}{8486\text{s}} = 4,97\text{m/s}$$

Vitesse moyen en km/h

$$26\text{s} = 0,007\text{h} \quad \left( \frac{60\text{m} \rightarrow 1\text{h}}{21\text{min} \rightarrow x} \Rightarrow x = \frac{21}{60} = 0,35\text{h} \right)$$

2h21min 26s = 2,36h

$$V_m = \frac{42,195\text{km}}{2,36\text{h}} = 17,879 = 17,9\text{km/h}$$

Exemple : la platine d'un tourne-disque tourne régulièrement, faisant 45 tours par minutes ( $\text{tr}.\text{min}^{-1}$ ). Calculer la vitesse d'un de ses points situé à 15cm de l'axe de rotation.

Solution.

$$\text{La durée d'un tour est : } t = \frac{60}{45} = 1,33\text{s}$$

Pendant cette durée, le point parcourt la circonférence d'un cercle de rayon 15 cm,

$$\text{soit } l = 2\pi \cdot R = 2 \times 3,14 \times 15 \cdot 10^{-2} = 0,942$$

$$V = \frac{0,942}{1,33} = 0,71\text{m/s}$$

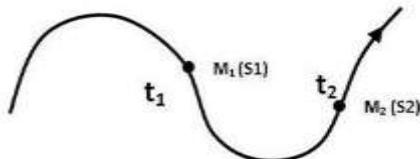
### 1- Application à un mouvement rectiligne

Sur la droite D, le mobile est en  $M_1$  (abscisse  $x_1$ ) à l'instant  $t_1$ , il est en  $M_2$  (abscisse  $x_2$ ) à l'instant  $t_2$ . Sa vitesse moyenne s'obtient par :

$$V_m = \frac{l}{t} = \frac{M_1 M_2}{t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

## 2- Application à un mouvement curviligne

Le mobile est en  $M_1$  (abscisse curviligne  $S_1$ ) à l'instant  $t_1$  il est en  $M_2$  (abscisse  $S_2$ ) à l'instant  $t_2$ .



On obtient encore la vitesse moyenne en divisant la distance parcourue par le temps:

$$V_m = \frac{d}{t} = \frac{\overline{M_1 M_2}}{t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

**Remarque:** La formule  $V_m = \frac{d}{t}$  permet de calculer la distance parcourue pendant le temps  $t$  par un mobile dont la vitesse moyenne est  $V_m$ :  $d = V_m \times t$

## B- VITESSE INSTANTANEE.

La vitesse moyenne nous renseigne sur le déroulement d'ensemble d'un mouvement mais ne nous permet pas de savoir à chaque instant comment se déplace le mobile.

Définition: la vitesse instantanée d'un mobile à l'instant est la vitesse moyenne de ce mobile calculée sur un intervalle de temps très petit autour de l'instant  $t$ .

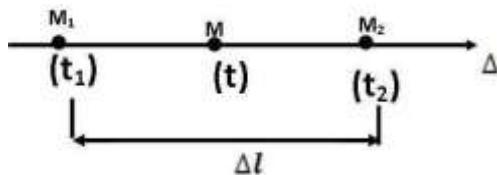
-  $\Delta l$ : la distance parcourue par le mobile (en principe, distance infiniment petit, en pratique. Distance petite)

-  $\Delta t$ : le temps (le temps infiniment petit) mis par le mobile pour parcourir la distance  $\Delta l$ .

La vitesse instantanée est définie par:  $V = \frac{\Delta l}{\Delta t}$

## 1- Application de la vitesse instantanée

### a) Application à un mouvement rectiligne



$M_1$  : position de M à l'instant  $t_1$ , très voisin de l'instant t et qui précède t

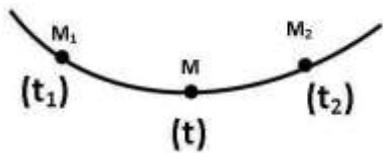
$M_2$  : position de M à l'instant  $t_2$ , très voisin de l'instant t et qui suit t.

Pendant l'intervalle de temps  $\Delta t = t_2 - t_1$ , le mobile M a parcouru la distance  $M_1M_2 = \Delta l$ , donc :

$$V = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{M_1M_2}{t_2-t_1}$$

### b) Application à un mouvement curviligne

La vitesse instantanée pour ce mouvement curviligne est donnée par :



$$V = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{M_1M_2}{t_2-t_1} = \frac{\Delta s}{t_2-t_1} = \frac{s_2-s_1}{t_2-t_1}$$

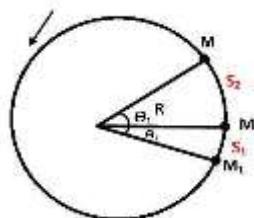
### c) Application à un mouvement circulaire.

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2-s_1}{t_2-t_1} \quad S_1 = R\theta_1; \quad S_2 = R\theta_2$$

$$V = \frac{R\theta_2 - R\theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{R(\theta_2 - \theta_1)}{t_2 - t_1}$$

Avec  $\theta_2 - \theta_1 = \Delta\theta$

$$V = \frac{R\Delta\theta}{\Delta t}$$



### d) Relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire

$$V = \frac{R\Delta\theta}{\Delta t} = \text{vitesse linéaire}$$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = w = \text{vitesse angulaire en rad/s.}$$

$$V = R.w$$

$$\text{Alors } V = \frac{R\Delta\theta}{\Delta t} = R.w \quad \Rightarrow \quad V \text{ en m/s ; } R \text{ en m ; } w \text{ en rad/s}$$

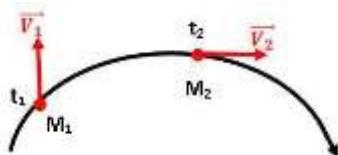
## 2- Caractéristiques du vecteur vitesse

- Origine : position du point mobile à l'instant considéré.



- Direction : celle de la trajectoire rectiligne du mobile.
- Norme : la vitesse V de M à l'instant t considéré.

- Cas d'un mouvement curviligne



- Origine : la position M du mobile à l'instant considéré
- Direction : la tangente en M à la trajectoire.
- Sens : le sens du mouvement
- Norme : la vitesse V du mobile à, l'instant t considéré

## 3- Différents sortes de mouvement.

- ❖ Mouvement uniforme : Un mouvement est uniforme si sa vitesse reste constante au cours du temps.
- ❖ Mouvement accéléré : c'est un mouvement dont la vitesse augmente constamment
- ❖ Mouvement retardé : c'est un mouvement dont la vitesse décroît.
- ❖ Mouvement uniformément varié : c'est un mouvement dont la vitesse est retardée et accélérée.

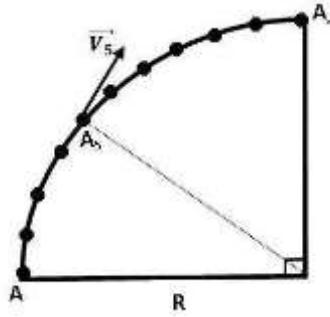
### Exercice d'application :

L'enregistrement du mouvement d'un mobile autoporteur. La trajectoire est un cercle de rayon  $R = 6 \text{ cm}$  et le mobile porte un dispositif qui permet de marquer sa position à des instants séparés par le temps  $t = 20 \text{ ms}$ .

- Que peut-on dire de ce mouvement ? calculer sa vitesse.

On donne : la longueur du cercle de rayon  $R = 1 = 2\pi R$

- Représente, en utilisant l'échelle 1 cm pour  $10 \text{ cm.s}^{-1}$  le vecteur vitesse à l'instant qui correspond à la position  $A_s$  du mobile.



**Solution :**

- a) En observant sur ce cercle, les points sont équidistants ; le mouvement est donc circulaire et uniforme. On calcule la vitesse en considérant les deux points les plus éloignés :  $A_1$  et  $A_{11}$ . La distance parcourue  $A_1A_{11}$  est un quart de la longueur du cercle :  $l = 2\pi R$

$$\Rightarrow l = 2 \times 3.14 \times 6 = 37.7$$

$$\widehat{A_1A_{11}} = \frac{l}{4} = \frac{37.7}{4} = 9.42 \text{ cm}$$

Le temps mis pour parcourir  $A_1A_{11}$  est :  $t = 10 \times 1 = 10 \times 20 \cdot 10^{-3} = 0,2 \text{ s}$

$$\text{D'où la vitesse } V = \frac{A_1A_{11}}{t} = \frac{9,42}{0,2} = 47,1 \text{ cm/s} = 0,47 \text{ m/s}$$

- b) Il faut construire le vecteur vitesse en  $A_5$ . On commence par construire la tangente en  $A_5$ , pour cela, on joint  $O$  et  $A_5$ , la tangente est perpendiculaire au rayon  $OA_5$ . Le vecteur vitesse  $V_5$  a donc pour origine le point  $A_5$ , pour direction la tangente cercle en  $A_5$ , pour sens du mouvement et pour le norme  $V = 47,1 \text{ cm/s}$  qui dit être représentée en utilisant l'échelle 1cm pour 10cm/s. la longueur du vecteur  $V_5$  est donc 4,7 cm.

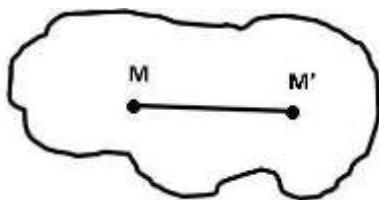
## Chapitre II : LE CENTRE D'INERTIE, LA QUANTITE DE MOUVEMENT.

### I- LE CENTRE D'INERTIE.

**1- définition:** le centre d'inertie du système est le point dont le mouvement sur une table soufflante horizontale est rectiligne uniforme quel que soit le mode de lancement.

#### 2- quelques définitions

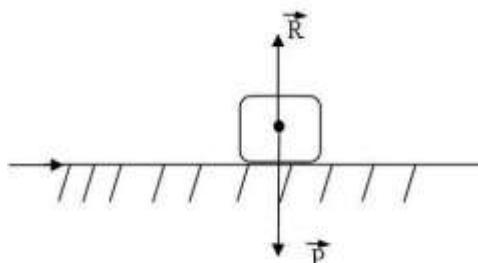
On appelle solide indéformable (ou solide tout court) un corps tel que la distance  $MM'$  entre deux de ses points  $M$  et  $M'$  reste invariable et cela, quels que soient les points  $M$  et  $M'$  considérés.



**Solide isolé:** un solide est dit isolé si aucune force extérieure ne s'exerce sur lui.

Solide pseudo-isolé: un solide est dit pseudo-isolé si les forces extérieures qui s'exercent sur lui se compensent exactement.

Exemple d'une brique sur le sol.



**Principe d'inertie:** lorsqu'un solide isolé ou pseudo-isolé évolue de façon quelconque, il existe un point et un seul de ce solide dont le mouvement est rectiligne et uniforme, c'est le centre d'inertie  $G$  de ce solide.

**Enoncé du principe :** le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo-isolé :

- S'il est au repos, reste au repos ;
- S'il est en mouvement, alors il est en mouvement rectiligne et uniforme.

**Repère Galiléen :** un repère galiléen est un repère dans lequel le principe d'inertie est vérifié.

### II- LE CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE COMPOSITE.

Deux solides de masses égales sont soudés l'un à l'autre, on obtient un solide composite  $S$  ; on détermine la position du centre d'inertie de  $S$  par la méthode expérimentale. On vérifie que

G est aussi le milieu du segment qui joint les deux centres d'inerties de deux solides.

### 1- Expérience :

Découpons un morceau de plaque carré dans du contre-plaquée. On vérifie expérimentalement que son centre d'inertie GA est situé sur son centre de système. Dans le même contre-plaquée, on découpe un triangle B, la moitié de A. déterminons expérimentalement son centre d'inertie GB.



$$\frac{IGG_B II}{IGG_A II} = \frac{m_A}{m_B} \Leftrightarrow \frac{GG_B}{GG_A} = \frac{2m_A}{m_B} = 2 \quad (1) \text{ il apparaît d'après ce résultat que } G \text{ est plus près du centre d'inertie du solide le plus gros.}$$

### 2- Centre d'inertie (barycentre)

Soit GA et GB, les centres d'inertie respective de A et B. orientes la droite (GA-GB) de GA vers GB.

$$\rightarrow \frac{GG_B}{GG_A} = \frac{-m_A}{m_B} \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{GG_B}}{\overrightarrow{GG_A}} = \frac{-m_A}{m_B} \Leftrightarrow m_B \overrightarrow{GG_B} = m_A \overrightarrow{GG_A}$$

$$m_A \overrightarrow{GG_A} + m_B \overrightarrow{GG_B} = \vec{0}$$

G apparaît donc comme le barycentre des points GA et GB affectés des coefficients  $m_A$  et  $m_B$ . Ce barycentre appelé centre des masses. Le centre d'inertie de masse se coïncide en un point. Ce point est désigné par G.

Soit O un point quelconque, introduisons O dans la relation (2)

$$m_A(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_A}) + m_B(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_B}) = 0$$

$$m_A \overrightarrow{GO} + m_A \overrightarrow{OG_A} + m_B \overrightarrow{GO} + m_B \overrightarrow{OG_B} = 0$$

$$\overrightarrow{GO}(m_A + m_B) + m_A \overrightarrow{OG_A} + m_B \overrightarrow{OG_B} = 0$$

$$-(m_A + m_B)\overrightarrow{GO} = -(m_A \overrightarrow{OG_A} + m_B \overrightarrow{OG_B}) = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GO} &= \frac{m_A \overrightarrow{OG_A} + m_B \overrightarrow{OG_B}}{m_A + m_B} \\ \Rightarrow \overrightarrow{OG} &= \frac{m_A \overrightarrow{OG_A} + m_B \overrightarrow{OG_B} + m_C \overrightarrow{OG_C}}{m_A + m_B + m_C} \end{aligned}$$

→ En général, la relation établit par 2 solides peut être utilisée pour déterminer la position du centre des masses d'un système formé d'un nombre quelconque de solides

Exemple : 3 solides  $S_A$ ,  $S_B$  et  $S_C$  de masse respectives  $m_A$ ,  $m_B$  et  $m_C$ .

$$\rightarrow m_A \overrightarrow{GG_A} + m_B \overrightarrow{GG_B} + m_C \overrightarrow{GG_C} = \vec{0}$$

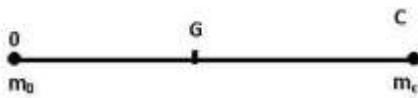
$$\boxed{\overrightarrow{GO} = \frac{m_A \overrightarrow{OG}_A + m_B \overrightarrow{OG}_B + m_C \overrightarrow{OG}_C}{m_A + m_B + m_C}}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{m_A \overrightarrow{OG}_A + m_B \overrightarrow{OG}_B + m_C \overrightarrow{OG}_C}{m_A + m_B + m_C}$$

### 3- Quelques applications

**Application :** parmi les gaz d'échappement des véhicules, il s'en trouve un, très toxique, le monoxyde de carbone CO. La distance entre les atomes de carbone et d'oxygène dans la molécule CO est de 113 pm. Sachant que C= 12g/mol et O = 16g/mol, déterminer la position du centre d'inertie de cette molécule.

**Résolution :**



Le centre d'inertie G de la molécule est le barycentre de C (mol) et O (mol) :

$$M_O \overrightarrow{GO} + m_C \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

Situons G par rapport à O :

$$M_O \overrightarrow{GO} + m_C (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC}) = \vec{0}$$

$$(m_O + m_C) \overrightarrow{GO} + m_C \overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GO} = \frac{m_C}{m_O + m_C} \overrightarrow{OC} \rightarrow \frac{m_C}{m_O} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \rightarrow m_O = \frac{4}{3} m_C$$

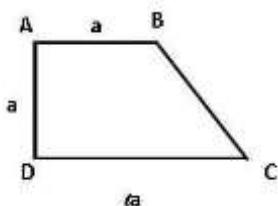
$$\overrightarrow{GO} = \frac{3}{7} \overrightarrow{OC} \rightarrow \overrightarrow{GO} = \frac{3}{7} \times 113 \approx 48 \text{ pm}$$

$$m_O = 113 - 48 = 65$$

Le centre d'inertie de la molécule de CO est situé à 48 pm de l'atome d'oxygène O et 65 pm de l'atome de carbone C.

**Application 2 :**

Dans une plaque métallique homogène d'épaisseur constante, on découpe le trapèze schématisé ci-contre. Déterminer graphiquement la position du centre d'inertie.

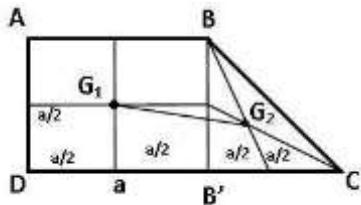


### Solution :

Ce trapèze peut être considéré comme la juxtaposition du carré ABB'D de masse  $m_1$  et du triangle BCB' de masse  $m_2$ . Nous remarquons tout de suite que la surface du triangle est la moitié de celle du carré, d'où :

$$m_1 = 2m_2$$

Le centre d'inertie  $G_1$  du carré est au centre de ce dernier. Le centre d'inertie  $G_2$  du triangle est au point d'intersection des médianes.



Le centre d'inertie  $G$  de l'ensemble est le barycentre de  $G_1(m_1)$  et  $G_2(m_2)$  :

$$m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$$

Situons  $G$  par rapport à  $G_1$

$$m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 (\overrightarrow{G_1G} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0}$$

$$m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{G_1G} + m_2 \overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GG_1}(m_1 + m_2) = -m_2 \overrightarrow{G_1G_2}$$

$$\Rightarrow -\overrightarrow{G_1G}(m_1 + m_2) = -m_2 \overrightarrow{G_1G_2}$$

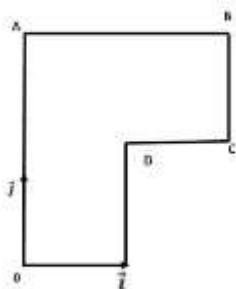
$$\Rightarrow \overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \overrightarrow{G_1G_2}$$

$$\overrightarrow{G_1G} = \frac{1}{3} \overrightarrow{G_1G_2}$$

$G$  se trouve donc au tiers du segment  $G_1G_2$ , à partir de  $G_1$

### Application 3 :

Une pièce à usine à la forme d'une équerre. Elle est découpée dans une plaque métallique homogène d'épaisseur constante. Dans un repère orthonormé,  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , déterminer la position du centre d'inertie de cette pièce.

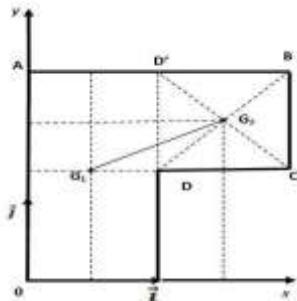


Solution :

On peut considérer cette pièce comme la juxtaposition du rectangle OAD'E de masse  $m_1$  et du carré BCDD' de masse  $m_2$ .

On note que  $m_1 = 2m_2$ .

Le centre d'inertie  $G_1$  du rectangle à pour coordonnées :



$$\overrightarrow{OG} \Big|_{1}^{0,5}.$$

Le centre inertie  $G_2$  du carré à pour coordonnées :

$$\overrightarrow{OG} \Big|_{1,5}^{1,5}.$$

Le centre d'inertie  $G$  de la pièce est tel que :

$$(m_1 + m_2)\overrightarrow{OG} = m_1\overrightarrow{OG}_1 + m_2\overrightarrow{OG}_2$$

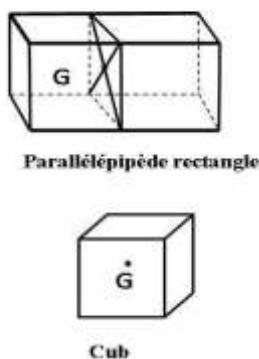
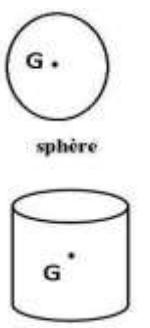
$$3\overrightarrow{OG} = 2\overrightarrow{OG}_1 + \overrightarrow{OG}_2$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OG}_1 + \frac{1}{3}\overrightarrow{OG}_2 \quad \overrightarrow{OG} \Bigg| \begin{array}{l} \frac{2}{3}x0,5 + \frac{1}{3}x1,5 = 0,85 \\ \frac{2}{3}y1 + \frac{1}{3}y1,5 = 1,17 \end{array}$$

Les coordonnées de  $G$  sont, en C.

$$x = 0,83 \text{ et } y = 1,17$$

$$\overrightarrow{OG} \Big| \begin{array}{l} xG_1 + xG_2 \\ yG_1 + yG_2 \end{array}.$$



### 3- Centre inertie d'un solide homogène.

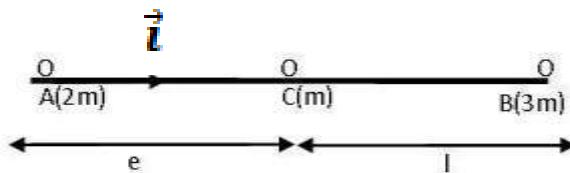
Si le solide possède un plan de système, alors G appartient à ce plan.

**Exercice 1:** on considère deux masses  $m_A$  et  $m_B$  de dimension très petites, placées aux extrémités d'une tige AB de masse négligeable et de longueur 1m. Déterminer la position du centre inertie de l'ensemble si  $m_A = 1\text{kg}$  et  $m_B = 0,5\text{kg}$ .

**Exercice 2:** une tige AB homogène et de section constante à pour longueur  $2l = 72\text{ cm}$  et pour masse m ; on place en A un masse lot de masse 2m et B une masselotte de masse 3m.  
Déterminer la position du centre inertie G du solide ainsi constitué.

#### R.O exercice 2:

Soit C le centre d'inertie de la tige de masse m; il coïncide avec le milieu de AB. La position du centre inertie du solide composite est donnée par la relation barycentrique :  
 $2m\overrightarrow{OA} + 3m\overrightarrow{OB} + m\overrightarrow{OC} = (2m + 3m + m)\overrightarrow{OG}$



Prenons comme le point O l'extremité A de la tige :

$$2m\overrightarrow{AA} + 3m\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} = (2m + 3m + m)\overrightarrow{AG}$$

Ou en projection sur l'axe ( $A\vec{i}$ ) (voir figure)

$$\Rightarrow 0 + 3m \times 2l + m \times l = 6mAG \Leftrightarrow 6ml + ml = 6mAG$$

$$7ml = 6mAG \Rightarrow AG = \frac{7l}{6} \Rightarrow$$

$$AG = 42\text{ cm}$$

G est entre A et B, à 42 cm de A et 30 cm de B.

Notons que G se situe du côté de la masse la plus importante (B).

**Exercice 3:** on assimile la terre et la lune à deux systèmes homogènes dont les centres sont à une distance moyenne de mouvement  $3,8.10^5\text{km}$ .

1. Sachant que le rapport des masse  $M_T/M_L$  est égale à 82, déterminer la position du centre d'inertie du système {terre -lune}.
2. La masse du soleil est environnante égale à  $2.1030\text{ kg}$ ; la distance terre-solide est environ de  $1,5.10^8\text{km}$ . Déterminer la position du centre inertie du système {T-S}.

Données:  $R_T = 6400\text{m}$ ;  $M_T = 6.1024\text{kg}$ .

#### Proposition de solution exo 1.

$$m_A\overrightarrow{GG_A} + m_B\overrightarrow{GG_B} = \vec{0}$$

Situons G par rapport à GA

$$m_A \overrightarrow{GG_A} + m_B (\overrightarrow{GG_B} + \overrightarrow{G_A G_B}) = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GA} = \frac{m_B}{m_A + m_B} \overrightarrow{G_A G_B} \Rightarrow \overrightarrow{GA} = \frac{1}{3} \overrightarrow{G_A G_B}.$$

**Conclusion :** G se trouve à  $\frac{1}{3}$  des centres  $G_A$  et  $G_B$  à partir de  $G_A$

**Proposition de solution exo 2 :**

$$\frac{MT}{ML} = 82$$

$$m_T \overrightarrow{GG_T} + m_L \overrightarrow{GG_L} = \vec{0}$$

Situons G par rapport à  $G_T$

$$m_T \overrightarrow{GG_T} + m_L (\overrightarrow{GG_T} + \overrightarrow{G_T G_L}) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow m_T \overrightarrow{GG_T} + m_L \overrightarrow{GG_T} + m_L \overrightarrow{G_T G_L} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GG_T} (m_T + m_L) + m_L \overrightarrow{G_T G_L} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{G_T G} (m_T + m_L) = m_L \overrightarrow{G_T G_L}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{G_T G} \left( \frac{m_T}{m_L} + 1 \right) = \overrightarrow{G_T G_L} \Rightarrow \overrightarrow{G_T G} (83) = \overrightarrow{G_T G_L}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{G_T G} = \frac{1}{83} \overrightarrow{G_T G_L}$$

$$2.) m_T \overrightarrow{GG_T} + m_S \overrightarrow{GG_S} = \vec{0}$$

Situons G par rapport à  $G_T$

$$m_T \overrightarrow{GG_T} + m_S (\overrightarrow{GG_T} + \overrightarrow{G_T G_S}) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow m_T \overrightarrow{GG_T} + m_S \overrightarrow{GG_T} + m_S \overrightarrow{G_T G_S} = \vec{0}$$

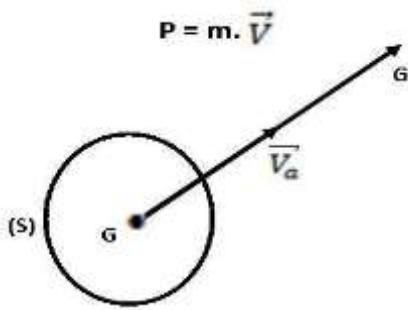
### III- QUANTITE DE MOUVEMENT

#### 1) Définition du vecteur quantité de mouvement

#### 1.1- Vecteur quantité de mouvement d'un solide

Considérons un solide S (de masse m) en mouvement. A un instant t, le vecteur-vitesse du centre d'inertie G du solide étant  $\overrightarrow{V_G}$ , on définit le vecteur quantité de mouvement P du solide S par la relation vectorielle.

$$\vec{P} = m \cdot \overrightarrow{V_G}$$



Les caractéristiques du vecteur P sont:

- origine: le centre d'inertie G
- direction et sens: ceux du vecteur  $V_G$
- Module : le produit  $m \times V_G$

Unité de P:  $P = m \cdot V$  avec  $m$  en  $kg$ ,  $V$  en  $m/s$ ,  $P$  en  $kgm/s$ .

### **1.2- Vecteur quantité de mouvement d'un système mécanique par 2 solides.**

On appelle système en mécanique, l'ensemble (constitué d'un ou de plusieurs corps) sur lequel porte l'étude. Tout ce qui n'appartient pas au système constitue le milieu extérieur.

Considérons un système formé par deux solides S1 et S2. Si P1 est le vecteur quantité de mouvement de S1 et P2 le vecteur quantité de mouvement de S2 au même instant, le vecteur quantité de mouvement P du système à cet instant est:

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

Le vecteur quantité de mouvement du système ( $S_1 + S_2$ ) s'obtient en faisant une somme vectorielle.

### **2- Conservation du vecteur quantité de mouvement**

#### **2.1- système isolé, système pseudo-isolé**

Un système est isolé lorsqu'il n'est soumis à aucune action extérieure. Un tel système n'existe pas dans la pratique car, quel que soit le système objet-terre choisi, on ne peut négliger l'attraction des autres planètes. Cependant, certains systèmes sont soumis à des forces extérieures dont la somme vectorielle est nulle. De tels systèmes se comportent comme s'ils n'étaient soumis à aucune action extérieure ; on dit que ces systèmes sont pseudo-isolés ou libres.

**Exemple:** tout objet en mouvement sur une table (ou banc) à un coussin d'air appelé aérotable (aérobanc) ou table soufflante (banc soufflant).

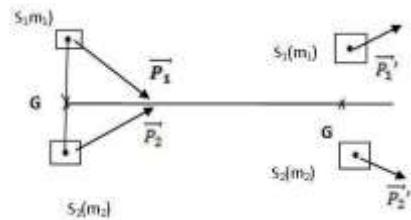
Ici le poids  $\vec{P}$  de l'objet est compensé par la réaction de la surface. Les frottements étant presque supprimés par le coussin d'air.

## **2.2- principe de la conservation du vecteur quantité de mouvement.**

Le vecteur quantité de mouvement  $P$  d'un système mécanique isolé ou pseudo-isolé déformable ou non reste constant au cours de son évolution. On dit qu'il y a conservation du vecteur quantité de mouvement du système pseudo-isolé.

### Étude générale

Choc entre les deux solides S1 et S2 qui forment le système.



Nous proposons par simple commodité une analyse des états de quantité de mouvement sous forme de tableau.

Avant le choc	après le choc	
$S_1(m_1)$	$\vec{V}_1 : \vec{P}'_1 = m_1 \vec{V}_1$	$\vec{V}_1 : \vec{P}'_1 = m_1 \vec{V}'_1$
$S_2(m_2)$	$\vec{V}_2 : \vec{P}'_2 = m_2 \vec{V}_2$	$\vec{V}'_2 : \vec{P}'_2 = m_2 \vec{V}'_2$
$S_1 + S_2$	$\vec{P} = \vec{P}_1 \vec{V}_2$ $\vec{P}' = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$	$\vec{P}'_1 = \vec{P}'_1 \vec{V}'_2$ $\vec{P}' = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2$

Si S1 et S2 forment un système pseudo-isolé, il y a conservation de la quantité de mouvement au cours du choc donc  $\vec{P}_1 = \vec{P}'_1$

$$\Rightarrow m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2$$

### Choc avec accrochage

Sur un banc à coussin d'air, un solide S<sub>1</sub> de masse m<sub>1</sub> lancé à la vitesse  $\vec{V}_1$  (projectile) heurte un solide S<sub>2</sub>, de masse m<sub>2</sub> (cible) initialement au repos. Après le choc, les solides S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> restent accrochés l'un à l'autre. Déterminons la vitesse de l'ensemble après le choc.

### **Solution**

Le système étudié est {S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>} de m<sub>1</sub>+m<sub>2</sub>.

Avant le choc, la quantité du mouvement du système est :

$$\vec{P} = m_1 \vec{V}_1 + \vec{0}$$

Après le choc la quantité du mouvement du système :

$$\vec{P}' = (m_1 + m_2) \vec{V}'$$

Le système étant pseudo-isolé,

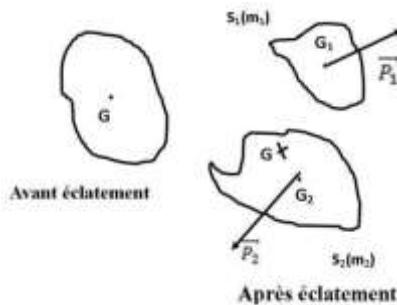
$\vec{P} = \vec{P}' \Rightarrow m_1 \vec{V}_1 = (m_1 + m_2) \vec{V}'$  sur l'aerobanc, les vecteurs vitesses sont portés par l'axe x'x donc :

$$\vec{V}' = \frac{m_1 \vec{V}_1}{m_1 + m_2}$$

### Exemple 2 : éclatement d'un système pseudo-isolé initialement immobile

Soit le système S de masse m qui explose et se sépare en deux fragments S<sub>1</sub> (masse m<sub>1</sub>) et S<sub>2</sub> (masse m<sub>2</sub>).

Analysons les états de la quantité de mouvement avant et après l'éclatement.



S <sub>1</sub> (m <sub>1</sub> )	Avant l'éclatement N'existe pas	Après l'éclatement $\vec{V}_1 : \vec{P}'_1 = m_1 \vec{V}'_1$
S <sub>2</sub> (m <sub>2</sub> )	N'existe pas	$\vec{V}'_2 : \vec{P}'_2 = m_2 \vec{V}'_2$
S(m)	$\vec{V} = \vec{0}$ $\vec{P} = m \vec{V}$	$\vec{P} = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$ $\vec{P}' = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2$

Le système étant pseudo-isolé, il y a conservation de la quantité de mouvement au cours de l'éclatement donc :

$$\vec{P} = \vec{P}' \Rightarrow 0 = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2$$

**Remarque :** cette relation vectorielle nous permettra (en exercice) d'expliquer le recule d'une arme à feu et la propulsion par réaction.

### Exercice d'application :

#### Exercice 1 : calculer la quantité de mouvement de chacun des mobiles suivants :

- cycliste de masse totale m = 70 kg se déplaçant à la vitesse de 30 km/h ;

- avion de masse 10 tonnes se déplaçant à la vitesse de 80 km/h ;
- proton de masse  $m = 1,27 \cdot 10^{-27}$  kg animé d'un mouvement de vitesse  $V = 30\,000$  km/s.

**Exercice 2 :** calculer la quantité de mouvement de la terre sur un orbite.

Données : masse de la terre =  $6 \cdot 10^{24}$  kg ; rayon de l'orbite terrestre  $R_O = 15 \cdot 10^7$  km

$$V_G = \frac{2\pi R}{T}; \quad T = \frac{2\pi}{w}$$

**Exercice 3:** un wagon de masse  $m_1 = 50$ t animé d'une vitesse  $V_1$  horizontale et de norme 10km/h, percute un wagon au repos de masse  $m_2 = 30$ t. Sachant que les deux wagons restent accrochés, calculer leur vitesse commune après le choc. On admettra que la quantité de mouvement se conserve au cours du choc.

**Exercice 4:** recul d'une arme à feu

Un canon de masse 1t lance un obus de 10kg dont la vitesse initiale est 750m/s. Calculer la vitesse de recul du canon immédiatement après le tir.

**Exercice 5:** sur banc à coussin d'air, deux mobiles A et B pseudo-isolés sont en mouvement l'un vers l'autre avec une vitesse de translation  $\vec{V}_A$  pour le mobile A, le mobile B étant au repos.

Les deux mobiles se télescopent : le mobile B est projeté vers la droite avec une vitesse  $\vec{V}'_B$ . Les vitesses sont mesurées à l'aide de cellules photo électroniques.

- 1) En appliquant la loi de conservation de la quantité de mouvement, calculer la vitesse  $\vec{V}'_A$  du mobile A après le choc. On déterminera son sens et sa norme.
- 2) Vérifier qu'il y a transfert de quantité de mouvement entre les mobiles A et B.

Données:  $m_A = 100$ g;  $m_B = 130$ g;  $\vec{V}'_B = 12$ cm/s ;  $\vec{V}_A = 13,8$  cm/s.

## CHAPITRE III : LES FORCES

**1) Définition** on appelle force, toute action capable de mettre un corps en mouvement, ou de modifier le mouvement d'un corps (effet dynamique)

**Exemple:**

- l'action du pied d'un joueur qui tire un ballon (le ballon est mis en mouvement).
- l'action d'une raquette qui renvoie une balle de tennis (le mouvement de la balle est d'abord arrêté puis modifié).

**2) Description d'une force : vecteur force.**

Pour décrire une force, il faut préciser:

- Sa droite d'action: c'est la direction suivant laquelle la force agit.
- Son sens: c'est le sens du mouvement que la force tend à produire. Une force est dite motrice, si le déplacement se produit dans le sens de la force. Elle est dite résistante dans le cas contraire.
- Son point d'application: c'est le point sur lequel la force s'exerce.
- Son intensité: cette intensité caractérise l'importance des effets (dynamique et statique) de la force. Elle se mesure à l'aide d'un dynamomètre et s'exprime en Newton (N).

**3) Représentation d'une force**

Les quatre caractéristiques d'une force peuvent être précisées par un vecteur force noté  $\vec{F}$  ayant les caractéristiques ci-dessous.

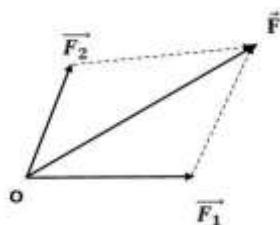


**4) Somme vectorielle de deux forces**

Lorsque deux forces  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  agissent simultanément sur un même corps, elles ont sur ce corps le même effet qu'une force  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ .

$\vec{F}$  est appelée Résultante des forces  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$ . Son intensité est donnée par la relation :

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$$

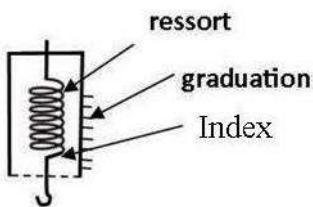


## I- MESURE DE L'INTENSITE D'UNE FORCE

L'instrument de mesure de l'intensité des forces est le dynamomètre. Les appareils utilisent la déformation des systèmes élastiques. (On appelle système élastique, un système qui reprend sa force initiale lorsque la déformation cesse d'agir).

Exemple : le dynamomètre utilisant un ressort cylindrique, à spires non jointives.

D'une façon générale, l'allongement du ressort est fonction de la force appliquée. Lorsque l'allongement d'un ressort est proportionnel à l'intensité de la force appliquée, on dit que le ressort est à réponse linéaire.



$$\text{Et } F = k(l - l_0)$$

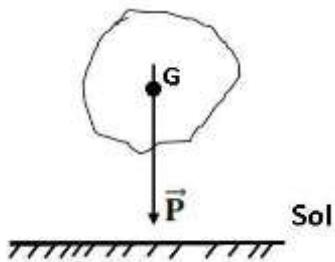
Ou

- $F$  (en N) est l'intensité d'une force
- $l$  (en m) est la longueur du ressort allongé
- $l_0$  (en m) est la longueur du ressort à vide
- $k$ (en N/m) est le coefficient ou la constante de raideur du ressort.

### 1- Le poids d'un corps

Le poids d'un corps est l'attraction exercée par la terre sur ce corps. Le vecteur poids est caractérisé par :

- Son point d'application : centre d'inertie G
- Direction : verticale
- Sens : celui de la verticale descendante
- Norme :  $\|\vec{P}\|$  où  $P$  est le poids  $P = mg$



Le poids dépend du milieu où se trouve le corps.

- Sur la lune  $g = 1,6 \text{ N/kg}$
- Terre  $g = 9,8 \text{ N/kg}$
- Jupiter  $g = 25 \text{ N/kg}$

**Remarque :** la masse d'un corps représente la quantité de matière que contient ce corps. Elle reste invariable lorsqu'on déplace le corps.

## A- LES DIFFERENTES FORCES

### 1- Forces distances

Ce sont des forces qui se manifestent sans qu'il ait contact entre l'objet qui subit la force et celui qui crée cette force. Elles sont au nombre de trois :

- Force électrique
- Force magnétique
- Poids d'un corps

### a) Forces de contacts

C'est des forces qui s'exercent sur un corps lorsqu'il est au contact avec un support, avec un autre corps ou lorsqu'il est attaché avec un fil.

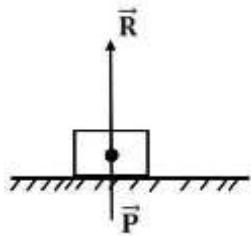
### b) Réaction d'un support

Un objet placé sur un support est soumis de la part de celui-ci à une force  $\vec{R}$  appelée réaction du support.

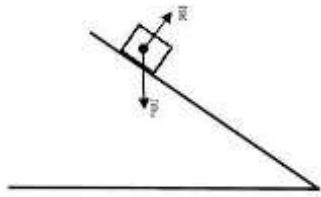
## B- CONTACT SANS FROTTEMENT

### - Contact sur une surface plane

$\vec{R}$  a un support passant par G, vertical et  $\vec{R}$  est appelé action du plan sur le solide.

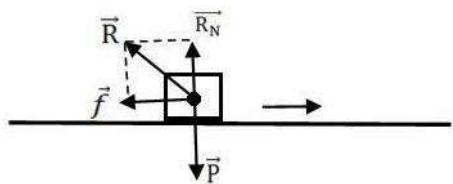
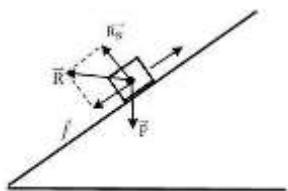


### - Contact sur le plan incliné



## 2- Contact avec frottement

### Plan incliné



$\vec{R}$  n'est plus normale mais inclinée vers la gauche.

$$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$$

### 1- Les tensions

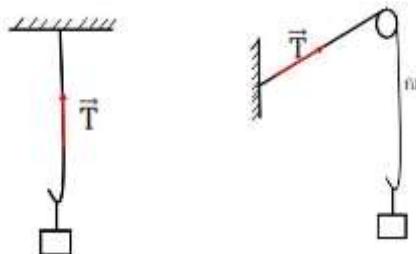
#### a- Tension du fil

Considérons un solide attaché à un fil. A l'équilibre le fil est vertical. A l'absence du fil, le corps tomberait, s'il ne tombait pas lorsqu'il est suspendu, c'est par ce que le fil exerceait sur lui une force qui s'appelle la **tension du fil** qui est notée  $\vec{T}$ .

Ses caractéristiques sont :

- Point d'application : c'est le point d'attache du fil sur le solide ;

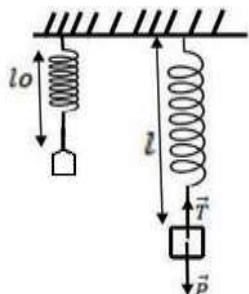
- Direction : celle du fil
- Intensité : elle dépend du poids
  - Sens : du solide vers le fil



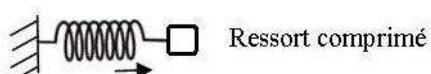
**NB :** une poulie permet de changer direction d'une force sans en modifier l'intensité.

### b- Tension du ressort

- La tension du ressort est la force exercée par un ressort déformé sur un objet fixé à l'une de ses extrémités. Le vecteur tension du ressort  $\vec{T}$  a pour caractère :
  - \* Point d'application.



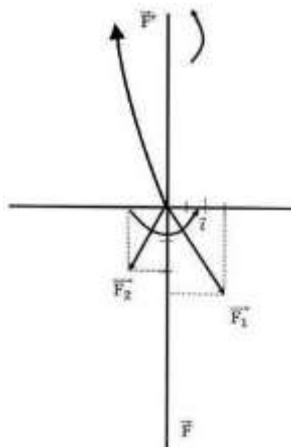
- \* Direction : ceux du mouvement ;
- \* Norme :  $T = k(l - l_0)$  aussi  $x = l - l_0$  est appelé allongement du ressort.
- Si le ressort est comprimé, il « pousse » le mobile, la tension est alors dirigée vers l'extrémité du mouvement.



Exercice 1 : dans un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ , l'unité de la force étant le newton, on donne :  
 $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  ;     $\vec{F}_2 = \vec{i} - 2\vec{j}$

- 1- Représenter  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$
- 2- Calculer la norme de chaque force.
- 3- Déterminer les angles :  $(\vec{i}, \vec{F}_1)$ ,  $(\vec{i}, \vec{F}_2)$  et  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$
- 4- Déterminer  $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2$

5- Représenter la force  $\vec{F}'$  telle que  $\vec{F}' + \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 = 0$



Réponse 1

$$\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j} ; \quad \vec{F}_2 = -\vec{i} - 2\vec{j}$$

2- norme

$$\vec{F}_1 = 2^2 + 3^2 \rightarrow \vec{F}_1 = \sqrt{B} = 3,60 \text{ N} ; \quad \vec{F}_2 = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 2,24 \text{ N}$$

- déterminer les angles.

$$(\vec{i}, \vec{F}_1), (\vec{i}, \vec{F}_2) \text{ et } (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \quad ; \quad \text{tangente } (\vec{i}, \vec{F}_1) = \frac{F_1y}{F_1x} = \frac{-3}{2} = -1,5$$

$(\vec{i}, \vec{F}_1) = \tan^{-1}(-1,5) = -56,30$
---

$$\Rightarrow \text{Tan } (\vec{i}, \vec{F}_2) = \frac{F_2y}{F_2x} = \frac{-2}{-1} = 2 \quad \Rightarrow (\vec{i}, \vec{F}_2) = \tan^{-1}(2) = 63,43$$

En tenant compte des signes des composantes  $F_2y$  et  $F_2x$

$$(\vec{i}, \vec{F}_2) = -(180^\circ - 63,4) = -116,6^\circ$$

$$-(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = -(-56,3^\circ) + (-116,6^\circ) = 60,3$$

- déterminons

$\vec{F} = -7\vec{j} \text{ N}$
---------------------------------

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 2(-\vec{i} - 2\vec{j}) \Rightarrow \vec{F} = -7\vec{j}$$

Représentation de  $\vec{F}'$

$\vec{F}' = -\vec{i} + 5\vec{j}$
----------------------------------

$$\vec{F}' + \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}' = -\vec{F}_1 - 2\vec{F}_2 = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{i} + 4\vec{j} = -\vec{i} + 5\vec{j}$$

**Exercice 2:** un ressort s'allonge proportionnellement à la force appliquée. Il s'allonge de 5 cm pour une force de 2N.

- a) Déterminer la raideur du ressort
- b) Quel sera son allongement pour une force de 3N ?
- c) Quelle force faudra-t-il lui appliquer pour qu'il s'allonge de 10 cm ?

### Résolution :

a) soit  $\Delta l_1$  l'allongement du ressort pour une force  $\vec{F}$  d'intensité  $F_1 = 2\text{N}$ . L'allongement du ressort étant proportionnel à l'intensité de la force qui lui est appliquée, on a :

$$F_1 = k\Delta l \Rightarrow k = \frac{F_1}{\Delta l_1} \quad \text{AN: } k = \frac{2}{0,05} = 40\text{N/m}$$

b) allongement du ressort pour une force de  $3\text{N}$

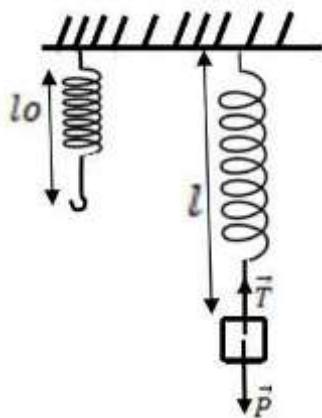
A l'équilibre, l'allongement du ressort pour une force  $\vec{F}_2$ , d'intensité  $F_2 = 3\text{N}$  on a :

$$F_2 = k\Delta l_2 \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{F_2}{k} = \frac{3}{40} = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm} = 7,5 \text{ cm}$$

$$F_3 = k\Delta l_3 = 40 \cdot 10^{-2} = 4\text{N}$$

**Exercice 3 :** soit un ressort travaillant à l'allongement, dont la longueur naturelle vaut  $l_0 = 15\text{ cm}$ . Sa longueur devient  $17\text{ cm}$  quand on lui accroche une masse égale à  $150\text{g}$ ,  $g = 9,8 \text{ N/kg}$ .

- a) Calculer sa raideur ;
- b) Quelle est sa longueur quand on lui accroche une masse de  $525\text{g}$  ?
- c) Quelle masse faut-il accrocher au ressort pour que sa longueur soit  $20\text{ cm}$  ?



### Résolution :

$$l_0 = 15 \text{ cm} ; m = 150\text{g} ; g = 9,8 \text{ N/kg}$$

$$x = l - l_0 = 17 - 15 = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta l \text{ en équilibre: } \vec{P} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \|\vec{P}\| = \|\vec{T}\| \quad T = k(l - l_0) \Rightarrow P = k(l - l_0) \Rightarrow mg = k(l - l_0)$$

$$m = 150\text{g} = 150 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 0,15\text{kg}$$

$$k = \frac{mg}{l - l_0} = 73,5 \text{ N/m}$$

$$\text{b), } m = 525\text{g} = 0,525\text{kg} \quad \Delta l ?$$

$$p = mg = k\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} = \Delta l = 0,07 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$c) m = ? \quad l = 20 \text{ m}; \quad mg = kx \Rightarrow m = \frac{kx}{g} = \frac{73,5 \times 20 \cdot 10^{-2}}{9,8} = 1,5 \text{ kg}$$

$m = 1,5 \text{ kg}$

**Exercice 4 :** un ressort s'allonge de 5 cm lorsqu'on lui appliquer une force égale à 10 N.  
Calculer

- a) Son allongement pour une force appliquée d'intensité 35 N ;
- b) L'intensité de la force quand son allongement est 12,5 cm
- c) Sa raideur.

**Exercice 5 :** on considère un ressort travaillant à l'allongement dont la longueur naturelle vaut  $l_0 = 10 \text{ cm}$ . Son allongement est 1 cm quand on lui applique une force d'intensité 0,5N.  
Calculer.

- a) Sa longueur quand on exerce sur lui une force d'intensité égale à 3N ;
- b) Sa longueur quand on lui suspend un sujet de masse 200g.  $g = 10 \text{ N/kg}$

**Exercice 6 :** le tableau de mesure ci-dessous donne les valeurs de l'allongement  $x$  d'un ressort lorsqu'on lui accroche la masse  $m$ .

M(g)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
	0	50	100	150	200	250	300
X(cm)	0	0,8	1,5	2,4	3,2	4	4,8

- a) Tracer la courbe donnant les variations de la tension  $T$  du mouvement en fonction le son allongement  $x$ . conclusion.
- b) Quelle est la valeur de la raideur du ressort (préciser l'unité).  $G = 10 \text{ N/kg}$

### Résolution.

#### **Exercice : 4**

$$l = 5 \text{ cm} ; F = 10 \text{ N}$$

$$10 \text{ N} \rightarrow 5 \text{ cm} \qquad x = \frac{5 \text{ cm} \times 35}{10} = 17,5 \text{ cm}$$

$$35 \text{ N} \rightarrow x$$

$$17,5 \text{ cm} \rightarrow 35 \text{ N} \qquad \text{ou } 5 \text{ cm} \rightarrow 10 \text{ N}$$

$$12,5 \text{ cm} \rightarrow F \qquad 15,5 \text{ m} \rightarrow F$$

$$F \times 17,5\text{cm} = 35\text{N} \times 12,5 \text{ cm} \rightarrow F = \frac{35\text{N} \times 12,5}{17,5} = 25 \text{ N}$$

$$\text{Ou } F \times 5 \text{ cm} = 10 \text{ N} \times 12,5 \text{ cm} \rightarrow F = \frac{10\text{N} \times 12,5}{5} = 25 \text{ N}$$

c) Raideur k

$$F_2 = k_2 \Delta l \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} \Rightarrow k_2 = \frac{25\text{N}}{12,5 \cdot 10^{-2}} = \frac{25}{0,125} = 200 \text{ N/m}$$

$$F_1 = k_1 \Delta l_1 \Rightarrow k_1 = \frac{F_1}{\Delta l_1} = \frac{35}{17,5 \cdot 10^{-2}} = 200 \text{ N}$$

### **Résolution Exercice 5 :**

$$L_0 = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} \leftrightarrow 0,5 \text{ N}$$

$$\text{a)} \quad F = 3 \text{ N} ; l = ?$$

$$0,5 \text{ N} \rightarrow 1 \text{ cm}$$

$$3 \text{ N} \rightarrow x$$

$$0,5 \text{ N} \times x = 3 \text{ N} \times 1 \text{ cm} \Rightarrow x = \frac{3\text{cm}}{0,5} = 6 \text{ cm}$$

$$F = kl \Rightarrow k = \frac{F}{l} = \frac{3N}{6 \cdot 10^{-2}} = \frac{300}{6} = 50 \text{ N/m}$$

$$\text{b)} \quad M = 200\text{g}, \quad g = 10 \text{ N/g} \quad l = ?$$

$$\text{D'après l'exercice 3} \quad P = k \Delta x = k(l - l_0) = kl - kl_0$$

$$mg + kl_0 = kl \Rightarrow l = \frac{mg}{k} + l_0 \Rightarrow \text{AN: } l = 1 + 10 \cdot 10^{-2}$$

$$l = 0,04 \text{ m} + 0,1 \text{ m} = 0,14 \text{ m}$$

### **Exercice 6:**

$$T = mg$$

$$T_1 = 50 \times 10^{-3} \times 10 = 0,5 \text{ N}$$

$$T_2 = 100 \times 10^{-3} \times 10 = 0,1 \text{ N}$$

$$T_3 = 100 \cdot 10^{-3} \times 10 = 1,5 \text{ N}$$

$$T_4 = 200 \cdot 10^{-3} \times 10 = 2 \text{ N}$$

$$T_5 = 250 \cdot 10^{-3} \times 10 = 2,5 \text{ N}$$

$$T_6 = 3$$

La courbe  $T = f(x)$  est une droite passant par l'origine O. Calculons la raideur du ressort étudié : d'après la figure. Le point de coordonné  $x = 4,810^{-2}$  m ;  $T = 3$ N par exemple, et exactement sur la droite, donc

$$K = \frac{T}{x} = \frac{3}{4,810^{-2}} = \frac{300}{4,8} = 62,5 \text{ N/m}$$

## CHAPITRE IV : EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS A DEUX FORCES

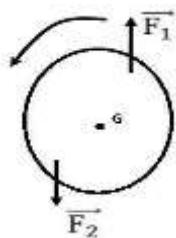
### I- Condition d'équilibre d'un solide soumis à deux forces.

Si un solide est en équilibre sous l'action de 2 forces  $F_1$  et  $F_2$ , alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \quad (1) \\ \vec{F}_1 \text{ et } \vec{F}_2 \text{ ont même droite d'action} \quad (2) \end{array} \right.$$

Remarque : la condition (1) exprime l'immobilité du centre de gravité G du solide. Mais, cette condition seule ne suffit pas.

En effet, si  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  n'ont pas la même droite d'action, elles constituent un couple de forces qui a pour effet de faire tourner le solide.

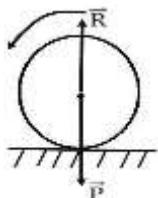


#### 1- Application

##### a) Equilibre d'un solide posé sur un plan. Réaction d'un support

- Plan horizontal

##### - Cas d'une sphère



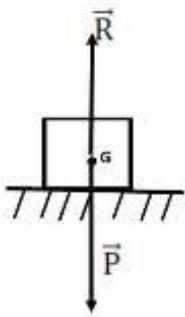
Cette sphère est soumise :

- A l'action de la pesanteur représentée par son poids  $\vec{P}$ , appliqué en G.
- A une autre action exercée par la table, appelée réaction du support. On la représente par le vecteur force  $\vec{R}$  appliquée au point de contact entre la sphère et le plan.

La sphère étant en équilibre, les conditions d'équilibre permettent d'écrire.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \quad (1) \\ \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ ont même droite d'action} \quad (2) \end{array} \right.$$

- **Cas d'une brique**



Dans le cas de la brique, la réaction du support est représentée sur toute la surface de contact.

Tous les petites actions de contact sont équivalentes à une force unique  $\vec{R}$  appliquée nécessairement en B, puisque  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  doivent satisfaire aux conditions.

$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{R} = \vec{0} & (1) \\ \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ ont même droite d'action} & (2) \end{cases}$$

**b) Stabilité d'un équilibre**

La stabilité de l'équilibre d'un solide au repos sur un plan horizontal est autant plus grande que la base d'appui est plus grande et le centre de gravité plus bas. Par exemple l'équilibre de la brique (représentant sur l'une de ses faces est plus stable que l'équilibre de la sphère).

Cependant, quelle que soit la position de la sphère sur le support horizontal, elle est en équilibre, on dit que la sphère est en **équilibre indifférent**.

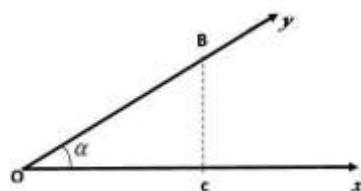
**c) Plan incliné**

**Définition :** un plan incliné est un plan qui fait un angle  $\alpha$  sur le plan horizontal ( $Oy$ ) perpendiculaire à la droite d'intersection des deux plans et la ligne de plus grande pente.

Un plan incliné est caractérisé par sa pente définie par le rapport :

$$\frac{BC}{OC} \text{ Or } \frac{BC}{OB} = \sin\alpha$$

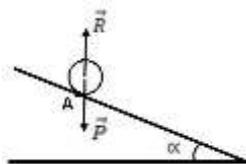
On dit que  $\sin\alpha$  est la pente du plan incliné.



### - Cas de la sphère sur le plan incliné

La sphère est soumise à 2 forces :

- c- Ce poids est appliquée en G ;
- d- La réaction  $\vec{R}$  du plan qui est absolument appliquée en A.



Dès lors  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  ne peuvent avoir la même droite d'action. La sphère ne peut donc pas être en équilibre sur le plan incliné : elle descend le long du plan incliné en roulant.

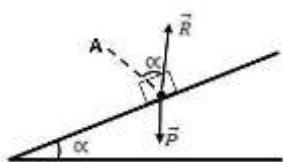
### - Cas de la brique sur le plan incliné

Deux cas peuvent se présenter :

#### **1<sup>er</sup> cas : le plan est rugueux**

L'équilibre du solide est encore possible dans ce cas,

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P} + \vec{R} = 0 \\ \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ ont même droite d'action} \end{array} \right.$$

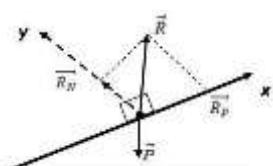


AN est la normale à la surface de contact de la brique et du plan incliné.

$\vec{R}$  fait avec la normale AN un angle  $\alpha$  égal à celui que fait le plan incliné. Avec l'horizontale (angle aigu à côté perpendiculaire).

Réduisons la brique à son centre de gravité G, et considérons le système d'axes, orthonormés ( $G_x$ ,  $G_y$ ). Dans ce système d'action, le vecteur force  $\vec{R}$  peut s'exprimer en fonction de ses deux composants.

$\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N$  avec  $\vec{R}_N$  est la composante normale de la réaction du support  $\vec{R}_T$ , représenté la composante tangentielle de la réaction du support. Cette composante est appelée force de frottement car elle tend à empêcher le mouvement.



**Remarque :** le solide reste en équilibre tant que l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du plan par rapport à l'horizontale est inférieur à une valeur limité  $\alpha_m$  appelée **angle de frottement**.

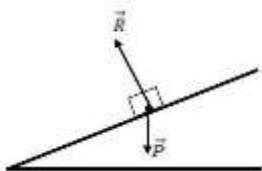
Si  $\alpha > \alpha_m$ , le solide glisse le long du plan incliné. La valeur de  $\alpha_m$  dépend de la nature des matériaux en contact.

2<sup>ème</sup> cas : parfaitement lisse.

Le contact se fait sans frottement. Dans ce cas, la composante tangentielle de la réaction du support est nulle.

$$\vec{R}_T = \vec{0}$$

De la réaction  $\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N = \vec{0}$ , nous tirons  $\vec{R} = \vec{R}_N$  la réaction du support est donc normale au plan incliné. Donc, l'équilibre est impossible ;  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  n'ayant pas les mêmes droites d'action. La brique se met en mouvement sur le plan incliné en glissant.



**Conclusion :** lorsque le mouvement d'un solide avec un plan se fait sans frottement, la réaction du plan est normale à ce plan. Dans le cas où il y a des frottements, la réaction ne peut plus être normale au plan.

### 3) Équilibre d'un solide suspendu, notion de tension

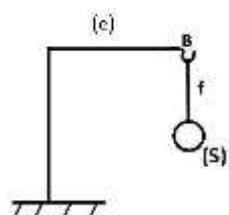
#### a) Le solide est suspendu à un fil

Soit la boule (b) de poids  $\vec{P}$  suspendu à un crochet (c) pour l'intermédiaire d'un fil (f) de masse négligeable.

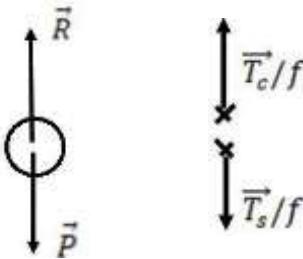
Etudier les actions mécaniques qui interviennent dans ce dispositif.

- Le poids  $\vec{P}$  et la force  $\vec{R}$  menée par le fil en  $\Delta$ .

La boule étant en équilibre : on a



$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P} + \vec{R} = 0 \\ \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ ont même droite d'action} \end{array} \right.$$



La force exercée par la boule en A notée  $T_s/f$  ;

La force exercée par le crochet en B notée  $T_C/f$  ;

La masse du fil étant négligeable, on ne tient pas compte de son poids.

En équilibre on a :  $\vec{T}_C/f + \vec{T}_S/f = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} = -\vec{T}_S/f$

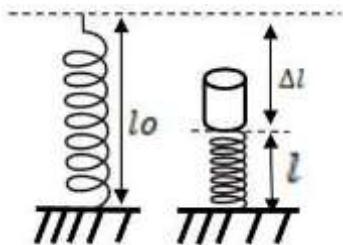
**Conclusion :**  $\vec{P}$ ,  $\vec{R}$ ,  $\vec{T}_S/f$  et  $T_s/f$  ont même intensité et même densité d'action la valeur commune de  $T_C/f$  et  $T_s/f$  l'appelle tension du fil. Cette tension du fil est égale au poids  $P$  de masse négligeable.

e- Le fil tire sur le crochet avec une force d'intensité égale à  $P$  on dit qu'il a transmis la force d'intensité  $P$ .

### b) Le solide est suspendu à un ressort.

Remplaçons le fil précédent par un ressort de masse négligeable.

Nous avons encore le même problème que précédemment, à la seule différence que le ressort s'est déformé mais une fois déformé, le ressort se comporte comme le fil.



Ici la tension  $T$  du ressort est égale au poids  $P$  du corps suspendu (à l'équilibre), avec

$$T = k\Delta l = k(l - l_0)$$

**Exercice 1 :** deux ressorts  $R_1$  et  $R_2$  tendus, de masse négligeable, sont placés horizontalement. La distance AB vaut 45 cm.

a) Quelle relation existe-t-il entre la tension  $T_1$  et  $T_2$  des deux ressorts ? en déduire une relation entre les allongements  $a_1$  et  $a_2$  des ressorts. On donne  $K_1 = 12N/m$ ,

$$K_2 = 18 \text{ N/m.}$$

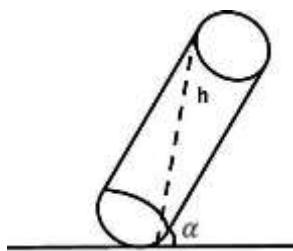
- b) Les longueurs à vide des ressorts sont  $l_{a_1} = 15 \text{ cm}$  et  $l_{a_2} = 20 \text{ cm}$ . Trouver une autre relation entre  $a_1$  et  $a_2$ .



- c) Calculer  $a_1$  et  $a_2$ . En déduire l'intensité des tensions.  
d) Déterminer les réactions dans supports A et B et les représenter sur le schéma.

**Exercice 2 :** un cylindre oblique, de hauteur  $h = 51 \text{ cm}$  et de diamètre  $d = 25 \text{ cm}$ , est incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport au plan horizontal sur lequel il est posé.

- a)  $\alpha = 60^\circ$ , le cylindre est-il en équilibre ?  
b) on fait varier  $\alpha$  de  $90^\circ$  à  $0^\circ$ , à partir de quelle valeur  $\alpha_m$  va-t-il basculer ?  
c) Par  $\alpha = \alpha_m$ , représenter sur un schéma les forces appliquées au cylindre.



### Résolution exercice 1 :

#### a) Relation entre $T_1$ et $T_2$

Soit P le point de jonction des ressorts intersessions à ce point.

Il est soumis à deux forces :



f- La tension  $T_1$  du ressort  $R_1$

g- La tension  $T_2$  du ressort  $R_2$ .

Ce point P étant en équilibre :  $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_1 = -\vec{T}_2$  en module  $\vec{T}_1 = -\vec{T}_2$  (1)

Relation entre les allongements  $a_1$  et  $a_2$  dans 2 ressorts :

$$T_1 = k_1 a_1 \text{ et } T_2 = k_2 a_2$$

$$\text{D'après (1), on a : } k_1 a_1 = k_2 a_2 \leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{18}{12} = 1,5 \quad (2)$$

b) Autre relation entre  $a_1$  et  $a_2$

Soit  $l_1$  la longueur du ressort  $R_1$  à l'équilibre

Soit  $l_2$  la longueur du  $R_2$  à l'équilibre.

On a :  $a_1 = l_1 - l_{a_1}$  (3)

$$A_2 = l_2 - l_{a_2}$$

Additionnons membre à membre (3) et (2)

$$a_1 + a_2 = l_1 - l_{a_1} + l_2 - l_{a_2}$$

$$= l_1 - l_2 - (l_{a_1} - l_{a_2}) = (l_1 - l_2) - (l_{a_1} - l_{a_2})$$

Avec  $l_1 - l_2 = 45 \text{ cm}$  et  $l_{a_1} - l_{a_2} = 15 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 35 \text{ cm}$

$$a_1 + a_2 = 45 - 35 = 10 \text{ cm}$$

c) Calculons  $a_1$  et  $a_2$  :

$a_1$  et  $a_2$  s'obtiennent à partir de (2) et (5)

$$(2) \text{ est } \frac{a_1}{a_2} = 1,5 ; (5) \text{ est } a_1 + a_2 = 10 \text{ cm}$$

$$a_1 = 1,5 \times a_2, (5) \text{ devient } 1,5 a_2 + a_2 = 10 \text{ cm} \Rightarrow 2,5 a_2 = 10 \Rightarrow a_2 = \frac{10}{2,5}$$

$$a_2 = 6 \text{ cm.}$$

Déduire son intensité.

$$T_1 = k_1 a_1 = 12 \times 6 \times 10^{-2} = 72 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$T_2 = k_2 a_2 = 18 \times 4 \cdot 10^{-2} = 72 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$T_1 = T_2 = 0,72 \text{ N}$$

d) Détermination du support

Soit  $R_A$  la réaction du support en A

Soit  $R_B$  la réaction du support en B

A et B étant en équilibre, la condition d'équilibre en chacun de ces points

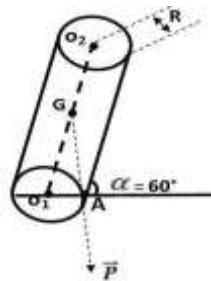
$$\text{donne : } \begin{cases} \vec{R}_A + \vec{T}_1 = \vec{0} & \Rightarrow \vec{R}_A = -\vec{T}_1 \\ \vec{R}_B + \vec{T}_2 = \vec{0} & \Rightarrow \vec{R}_B = -\vec{T}_2 \end{cases}$$

$\vec{R}_A$  et  $\vec{T}_1$  ont même droite d'action mais de sens opposé de module  $\vec{R}_A = \vec{T}_1 = 0,72 \text{ N}$

$\vec{R}_B$  et  $\vec{T}_2$  ont même droite d'action mais de sens opposé de module  $\vec{R}_B = \vec{T}_2 = 0,72 \text{ N}$

## Résolution d'exercice 2 :

- a) Pour que le cylindre soit en équilibre, il faut que la verticale abaissée de son centre de gravité tombe à l'intérieur de sa base d'appui (surface de base inférieure du cylindre). Le cylindre étant supposé homogène, son centre de gravité G est confondu à son centre de symétrie qui est situé à une hauteur  $O_1G = \frac{0,02}{2}$  des centres  $O_1$  et  $O_2$  des deux bases.



Soit le schéma a), pour savoir si le cylindre incliné de  $60^\circ$  reste en équilibre, il suffit de calculer  $O_1A$  et le comparer au rayon de la base du cylindre.

Dans le triangle  $O_1AG$ , le segment  $O_1A$  est donnée par la relation

$$O_1A = O_1G \cos 60^\circ \quad [ \cos 60^\circ = \frac{0,4}{0,5} ]$$

$$\text{Avec } O_1G = \frac{h}{2 \sin 60^\circ} = 29,44 \text{ cm}$$

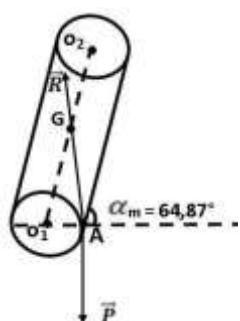
$$\Rightarrow O_1A = 29,44 \cos 60^\circ = 14,72 \text{ cm}$$

En comparant  $O_1A$  au rayon de la base du cylindre qui est  $R = \frac{d}{2} = 12,5 \text{ cm}$

On constate que la verticale issue de G tombe à l'extérieur de la base de sustentation, par conséquent, le cylindre incliné d'un angle  $\alpha = 60^\circ$  n'est pas en équilibre.

L'angle  $\alpha_m$  est atteint quand  $O_1A = \frac{d}{2} = 12,5 \text{ cm}$  d'où  $12,5 = O_1G \cos(\alpha_m)$

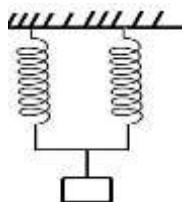
$$\Rightarrow \cos \alpha_m = \frac{12,5}{29,44} = 0,4245 \Rightarrow \alpha_m = 64,87^\circ$$



- b) Faire l'inventaire des forces agissant sur le cylindre :
- h- Le poids  $\vec{P}$  ;
  - i- La réaction  $\vec{R}$
- c) Le solide étant équilibré,  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  ont même droite d'action.  $\vec{R}$  est donc nécessairement appliquée au point.

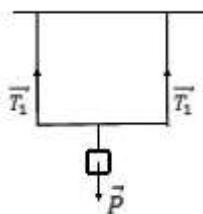
**Exercice 3 :** deux ressorts de même longueur naturelle et dont les raideurs sont  $K_1 = 100 \text{ N/m}$  et  $k_2 = 2000 \text{ N/m}$  sont disposés comme le montre la figure. En utilisant un dispositif de masse négligeable, on suspend une masse  $m$  au système.

- 1- Représenter les tensions des deux ressorts et le poids de la masse  $m$ .
- 2- Quel est l'allongement des ressorts quand la masse suspendue est  $m = 3\text{kg}$  ? on donne  $g = 9,8 \text{ N/kg}$
- 3- Quelle est la masse suspendue si l'allongement des ressorts est 15 cm ?
- 4- Quelle est la raideur du ressort équivalent aux 2 ressorts ?



### Résolution Exercice

- 1- Les tensions  $T_1$  et  $T_2$  sont verticales et dirigées vers le haut,  $\vec{P}$  est vertical et dirigé vers le bas.



### 2- Allongement des ressorts

$$T_1 + T_2 = P \text{ avec } T_1 = K_1 x \text{ et } T_2 = k_2 x \Rightarrow (K_1 + K_2) = mg \Rightarrow x = \frac{mg}{K_1 + K_2}$$

$$x = \frac{mg}{K_1 + K_2}$$

$$\text{AN : } x = 9,8 \text{ cm}$$

### 3- Calcul de masse suspendue

$$\Rightarrow m = \frac{x(K_1 + K_2)}{g}$$

$$m = \frac{x(K_1 + K_2)}{g}$$

AN :  $m = \frac{(100+200) \times 0,15}{9,8} = 4,59 \text{ kg}$

#### 1- Calcul de la raideur

Pour allongement  $x$ , sa tension vaut :

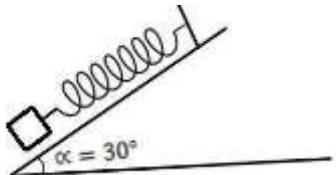
$$T = kx \text{ avec } T = T_1 + T_2 \Leftrightarrow Kx = k_1x + k_2x$$

$$\Leftrightarrow kx = (k_1 + k_2) \Leftrightarrow k = k_1 + k_2 \quad \text{AN: } k = 100 + 200 = 300 \text{ N/kg}$$

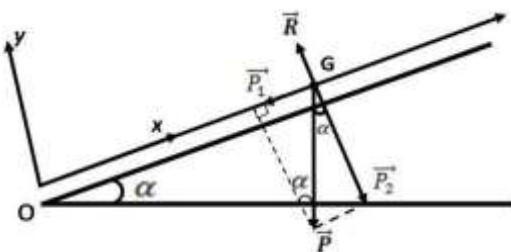
#### Exercice 4 :

Un solide S de poids  $P = 10\text{N}$  est posé sur une table inclinée d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  sur l'horizontale. Le contact entre le solide et la table est supposé sans frottement. Le solide est maintenu en équilibre sur la table, comme le montre la figure. Grâce à un ressort dont l'axe est parallèle à la table et de raideur  $k = 200 \text{ N/kg}$ .

Calculer l'allongement de ce ressort et déterminer l'intensité de la réaction de la table sur le solide S.



#### Résolution



Un solide S est soumis à :

j- Au poids  $\vec{P}$

k- A tension  $\vec{T}$

## I- La raideur du ressort $\vec{R}$

La condition d'équilibre permet d'écrire :  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$  (1)

Projections (1) sur les axes ( $ox$  et  $oy$ )

Sur  $ox$  :  $\vec{P}_x + \vec{T}_x + \vec{R}_x = \vec{0}$

Sur  $oy$  :  $\vec{P}_y + \vec{T}_y + \vec{R}_y = \vec{0}$

$\vec{P}_x$  se calcule d'après le triangle (GPP<sub>1</sub>)  $\Rightarrow \sin\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypotenuse}} = \frac{\vec{P}_x}{P} \Rightarrow \vec{P}_x = P \cdot \sin\alpha$

- $T_x$  coïncide avec l'axe  $ox$  et égale  $\alpha - T$
- La trajectoire de  $R$  sur  $ox$  est nulle  $\Rightarrow \vec{R}_x = 0$

$$P \cdot \sin\alpha - T = 0$$

Projection sur l'axe  $oy$  :  $P$  se projette en  $P_y$  et égale  $-P_y$

D'après le triangle GPP<sub>y</sub>,  $\cos\alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypotenuse}} = \frac{\vec{P}_y}{P} \Rightarrow P_y = P \cdot \cos\alpha$

- La projection de  $R$  sur  $\overrightarrow{oy}$  est  $R$  lui-même.
- $\vec{T}$  sur  $oy$  est nulle.

$$\text{D'où } \begin{cases} P \sin\alpha - T = 0 & (1) \\ -P \cos\alpha + R = 0 & (2) \end{cases}$$

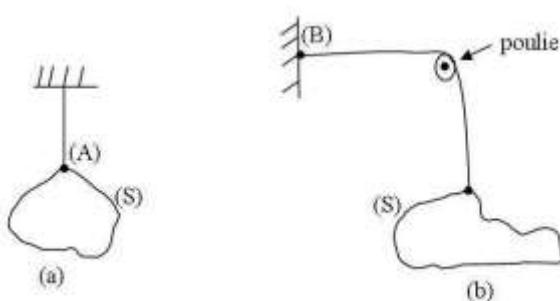
$$\bullet \Rightarrow T = P \cdot \sin\alpha = P_y \cdot \sin\alpha, \quad \text{AN : } T = 10 \times 15 \times 30^\circ = 10 \times 0,5 \quad T = 5 \text{ N}$$

$$\text{Allongement du ressort : } T = kx \Rightarrow x = \frac{T}{k} = \frac{5}{200} \Rightarrow x = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$$

$$\text{La réaction de la table : } R = P \cdot \cos\alpha = 10 \times 0,87 = 8,7 \text{ N}$$

## Exercice 5

- Un solide S de poids  $P = 10 \text{ N}$  est accroché à un fil (figure a). Représenter par la tension  $\vec{T}$  du fil et calculer son intensité.
- Représenter la force exercée par le fil sur le point B dans le montage de la figure b. Quelle est l'intensité de cette force.



## **Bibliographie**

1. G. Fontaine, A. Tomasino, Physique Seconde, Nathan, Paris, 1990
2. JP. Lecardonnel, JG Villar, Physique Chimie Seconde, Collection Galiléo, Bordas, 2000
3. Physique Chimie Seconde, Collection Eurin-Gie, Nouvelle Edition 87, Hachette

**Partenariat**  
Lycée Saint François Xavier  
Label 109



Livret à ne pas vendre

**Contact**  
[info@label109.org](mailto:info@label109.org)

Télécharger gratuitement les applications et livres numériques sur le site:  
<http://www.tchadeducationplus.org>



Mobile et WhatsApp: 0023566307383



Rejoignez le groupe: <https://www.facebook.com/groups/tchadeducationplus>