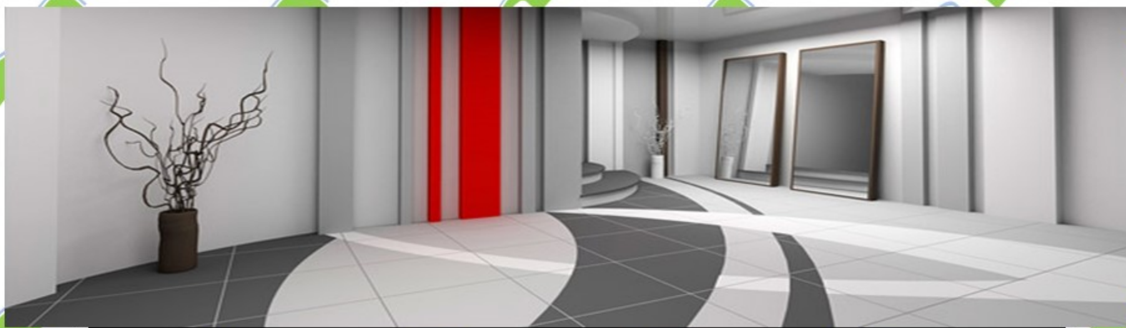


MATHS

5ème

Ensemble,Construisons Demain
Edu+

Maths

$5^{ème}$

Chapitre 1 : Ensemble Z des nombres entiers relatifs

Objectifs

- Graduer une droite avec des nombres entiers relatifs ;
- placer sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre entier relatif ;
- comparer deux nombres entiers relatifs.

1 Nombres entiers relatifs

Les nombres précédés du signe (+) sont appelés nombres relatifs positifs. Les nombres précédés du signe (–) sont des nombres relatifs négatifs.

On note $\mathbb{Z}$ l'ensemble des nombres entiers relatifs.

$\mathbb{Z} = \{\ldots -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\}$

Exemples

+3 ; +20 ; +1 sont des nombres relatifs positifs.

Les nombres -10 ; -4 ; -1 sont des nombres relatifs négatifs.

$+10 \in \mathbb{Z}$; $10 \in \mathbb{N}$; $-1 \in \mathbb{Z}$; $+1 \in \mathbb{N}$;$-2 \notin \mathbb{N}$.

Remarque

On note souvent les nombres relatifs positifs sans le signe +.

Tous les nombres entiers naturels sont des nombres entiers relatifs positifs.

0 est un nombre relatif à la fois positif et négatif : - 0 = + 0 = 0.

Exemple

+ 12 s'écrit 12 ainsi que + 97 = 97 et + 632 = 632.

Exercice

Recopie dans la première ligne du tableau suivant les nombres entiers relatifs positifs, dans la deuxième ligne les nombres entiers relatifs négatifs et dans la $3^{ème}$ ligne les nombres entiers naturels :

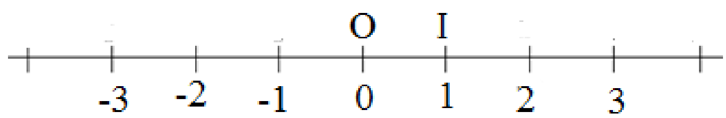
+1 ; +23 ; - 12 ; - 13 ; - 9 ; 0 ; 67 ; (+124) ; (- 21) ; 54 ; (+54).

Nombres entiers relatifs positifs	
Nombres entiers relatifs négatifs	
Nombres entiers naturels	

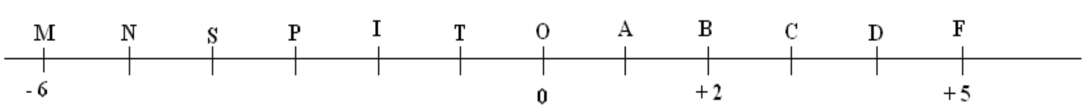
2 Droite graduée et nombres entiers relatifs.

Règle

Pour graduer une droite (D) avec des nombres entiers relatifs, on choisit deux points O et I. On considère O comme origine et OI comme unité de longueur. Les abscisses des points « à droite » de l'origine O sont des nombres entiers relatifs positifs, les abscisses des points « à gauche » de O sont des nombres entiers relatifs négatifs. L'abscisse de l'origine est zéro (0).



Exercice



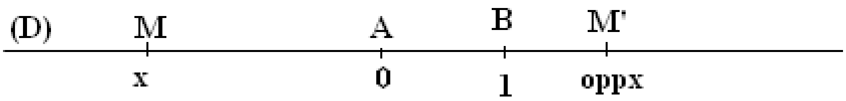
a) Quelle est l'abscisse de chacun des points M, O, B et F.
b) Trouve les nombres entiers relatifs, abscisses des points N, S, P, L, T, C et D. Quel est le point d'abscisse +2 ?

Définition
Deux nombres entiers relatifs sont opposés s'ils sont des abscisses de deux points symétriques par rapport à l'origine d'une droite graduée. Pour trouver l'opposé d'un nombre entier relatif, il suffit de précéder ce nombre du signe (–).

Exemples
+ 1 et -1 sont des nombres opposés ; -9 et 9 sont opposés.

Remarque
L'opposé de 0 est 0, l'opposé de a est – a et l'opposé de (-a) est - (-a) = a.

Propriété
Deux nombres entiers relatifs opposés ont la même distance à 0.



Exercices
1) Donne l'opposé de chacun des nombres entiers relatifs suivants :
+1 ; 16 ; -21 ; 0 ; -9 ; -5.
2)On donne deux ensembles $E = \{-2; 7;\ -10; 0; 5\} et B = \{-5; 0; 2; 10;\ -7\}$.
Recopie les éléments de E et B dans les lignes du tableau ci-dessous de telle sorte que chaque élément de B est en dessous de son opposé qui est élément de E.

E					
B					

3 Comparaison des nombres entiers relatifs
Règles
$a)\ Un\ nombre\ entier\ relatif négatif est\ toujours\ plus\ petit\ que\ 0.$
Exemple
- 2 < 0 ; - 12 < 0
b) $Si\ deux\ nombres\ entiers\ relatifs\ sont\ de\ signes\ contraires, le\ plus\ petit\ est\ toujours\ le\ nombre\ négatif.$
Exemple
$-9 < +1$; $-17 < 17$; $-5 < 0$; $-19 < 3$.
c) *Si deux nombres entiers relatifs sont positifs, le plus petit est celui qui est l'abscisse du point le plus proche de l'origine.*
Exemple
+ 2 < + 3

d) si deux nombres entiers relatifs sont négatifs le plus petit est celui qui est l'abscisse du point le plus éloigné de l'origine.

Exemple

$-9 < -7$; $-6 < -1$.

e) Pour comparer deux nombres entiers relatif négatifs, il suffit de comparer leurs opposés et de changer l'ordre.

Exemples

$14 < 18 \; donc - 18 < -14$; $5 < 12 \; donc - 12 < -5$ ou $-5 > -12$.

Exercices

1) Compare les nombres entiers relatifs suivants :

1 et -2 ; (-23) et (+7) ; (-18) et (+12) ; (-9) et (-10) ; (-45) et (-23) ;(-9) et (-90).

2) Range par ordre décroissant les nombres suivants : +1 ; 28 ; +10 ; 9 ; +19.

3) Range par ordre croissant les nombres entiers relatifs suivants : 0 ; -2 ; 12 ; -8 ; -6 ; 4 ; 7 ; 3.

Exercices

1) On donne l'ensemble E = {0 ; 1 ; +4 ; + 1 ; -5 ; -1 ; +9 ; -9 ; 78 ; 10 ; -111}.
   a) Ecris l'ensemble A des éléments appartenant à E et qui sont négatifs.
   b) Ecris l'ensemble B des éléments appartenant à E et qui sont positifs.

2) Ecris dans la 2ème ligne du tableau ci-dessous les opposés des nombres entiers relatifs de la 1ère ligne.

1ère ligne	+21	-9	7	12	17	+9	+10	+8	90	98	-2
2ème ligne											

3) E = {19 ; 10 ; 21 ; +22 ; +31 ; -9 ; -23 ; -20 ; (+15) ; (-85) ; 0 ; +11} ; écris l'ensemble A de tous les éléments de E qui sont des entiers naturels et l'ensemble B de tous les éléments de E qui ne sont pas des nombres entiers naturels.

4) V signifie vrai et F signifie faux. Devant chacune des affirmations suivantes, écris V si elle vraie et F si elle est fausse.
   $0 \in \mathbb{Z}$; $0 \notin \mathbb{N}$; $(+8) \in \mathbb{Z}$; $(-10) \notin \mathbb{N}$; $(+10) \notin \mathbb{N}$; $(-1) \in \mathbb{N}$; $(0{,}12) \in \mathbb{Z}$; $(-97) \notin \mathbb{N}$; $100 \notin \mathbb{Z}$; $(+24) \notin \mathbb{N}$.

5) Trace une droite (D) et marque deux points O et A sur (D) tels que OA= 2 cm.
   a) Gradue la droite (D) en prenant O comme origine et OA comme unité de mesure. Quelles sont les abscisses respectives des points A et O de la droite (D) ?
   b) Place les points M et M' de (D) symétriques par rapport à O tels que OM=5OA. Quelles sont les abscisses des points M et M' ?

Chapitre 2 : somme et différence des nombres entiers relatifs

Objectifs

- Calculer la somme de deux nombres entiers relatifs ;
- calculer la différence de deux nombres entiers relatifs.

1 Somme de deux nombres entiers relatifs

Règles

a) *Pour additionner deux nombres entiers relatifs positifs* a et b*, on prend la somme des nombres entiers naturels qu'ils sont :* $a + b$**.**

Exemples

(+12) + (+ 25) = 12+25 = 37 ; 90 + (+19) = 90+19 = 99 = (+99).

b) Pour additionner deux nombres entiers relatifs négatifs, on additionne leurs opposés et on le précède du signe (-).

Exemples

(-11) + (-9) = - (11+9) = - 20 ; (- 26) + (- 73) = - (26 + 73) = - (99) = - 99

c) Pour additionner deux nombres entiers relatifs de signes contraires, on prend le signe du nombre qui a la grande distance à 0 et on soustrait de ce nombre qui a la grande distance de 0 le nombre qui a la plus petite distance à 0.

Exemples :

(+ 64) + (- 7) = + (64 - 7) = (+57) = 57 ; 45 + (- 94) = - (94 - 45) = - 49.

d) La somme de deux nombres entiers relatifs opposés est égale à 0.

Exemple

(- 7) + (+7) = - 7+7 = 0.

e) La somme d'un nombre entier relatif a *et du nombre* 0 *est égale à* a*.*

Exemple

(- 78) + (0) = - 78.

Exercice

Calcule les sommes suivantes :

$a = (+186) + (98)$; $b = (+12) + (51) + (+61)$;
$c = (+90) + (36)$; $s = (-65) + (-35)$;
$t = (-321) + (-79)$; $x = (-5) + (-23)$;
$y = (+64) + (-44)$; $z = (-921) + (+1000)$; $d = (-1555) + (156)$.

2 Différence de deux nombres entiers relatifs

Règle

Pour calculer la différence de deux nombres entiers relatifs$a$ et b*, on ajoute au premier l'opposé du second : a – b=a + opp b.*

Exemples

(+ 18) – (- 4) = (+ 18) + opp (-4) = 18 + 4 = 22.

(- 13) – (+ 25) = - 13 + opp (25) = - 13 – 25 = - 38.

Exercice

Calcule les différences suivantes :

a= (+54)-(+57) ; b = (+64)-(+42) ; c = (- 78) - (+90) ;

e = (- 32) - (+ 9) ; t = (-31)-(-99).

3 Somme de plusieurs nombres entiers relatifs

Règle

Pour calculer plus facilement la somme de plusieurs nombres entiers relatifs, on peut déplacer les nombres en regroupant les nombres positifs et les nombres négatifs.

Exemple

(+ 67) + (-54) + (+12) + (-90) + (-21) = (67+12) + [(-54) + (-90) + (-21)]

Exercices

Calcule les sommes suivantes :

1) (+80) + (-123) + (+53) + (- 86).
2) (-54) + (-76) + (+74).
3) 90 + (-43) + (+21) + (-20) + (-12) + (+9) + (-210).

Règle

x, y *et* z *sont des nombres entiers relatifs. Pour une suite d'additions et de soustractions, on a :*

$x + (y + z) = x + y + z$

$x + (y - z) = x + y - z$

$x - (y + z) = x - y - z$

$x - (y - z) = x - y + z$

Exercice

En commençant par enlever les parenthèses, calcule :

4 – (1 + 5) ; (- 1) – (9 + 5) ; 6 + (7 – 3) ; 4 – [(9) – (- 3)].

Exercices

1) Calcule les sommes suivantes :
   a) (+ 18) + (+ 27) ; b) (+ 98) + (- 37) ; c) (+ 29) + (- 17) ;
   (- 42) + (- 5) ; (+ 49) + (+ 1) ; (+ 14) + (- 7) ;
   (- 14) + (+ 8). (- 12) + (- 18). (- 42) + (- 39).
2) Utilise les propriétés de l'addition pour calculer les sommes suivantes :
   (+ 17) + (- 2) + (- 4) + (+ 21) ;
   (- 20) + (- 9) + (+ 8) + (+ 15);
   (- 23) + (+13) + (+ 23) + (+ 4) ;
   (- 12) + (+ 37) + (- 24) + (-37) ;
   (+ 7) + (+ 8) + (-18) + (- 41).
3) Soient les nombres entiers relatifs $a = (+17)$ et $b = (-92)$.
   a) Calcule la somme $a + b = s$.
   b) Détermine $opp\ a$ et $opp\ b$; puis calcule la somme : $opp\ a + opp\ b = t$.
   c) Compare s et t.
4) Calcule les différences des nombres entiers relatifs suivants :
   a) (+ 19) - (+ 41) ; b) (- 51) - (- 32) ; c) (+ 92) - (+ 10) ;

(+ 32) - (- 51) ; (+ 73) - (+ 25) ; (+ 42) - (+ 39) ;
(+ 27) - (+ 32). (+ 25) - (- 25). (- 62) - (- 12).

5) Effectue de deux façons différentes les calculs suivants :
   a) (+ 7) + [(- 43) + (+ 3)] ; b) (- 8) – [(- 32) + (+ 41)] ; c) (-8) – [(+ 11) – (- 4)] ;
   (- 28) + [(+ 1) - (- 62)] ; (- 34) – [(+ 9) - (- 5)] ; (-19) – [(+ 3) + (+ 5)];
   (+ 15) + [(+ 9) + (- 9)]. (- 64) – [(- 7) - (- 12)]. (+ 32) – [(- 7) – (+5)].
6) Soient les nombres entiers relatifs suivants :
   $a = (+42)$; $b = (-17)$; $c = (-23)$; $d = (+98)$; $e = (+15)$.
   Calcule le nombre entier relatif $s = a - b - c + d + e$.

Chapitre 3 : Multiplication dans l'ensemble ℤ des nombres entiers relatifs

Objectifs

- Calculer le produit de deux nombres entiers relatifs ;
- calculer le produit de plusieurs facteurs ;
- effectuer des opérations dans l'ensemble ℤ en appliquant les règles de priorité.

1 Produit de deux nombres entiers relatifs

Règle

a) Le produit de deux nombres entiers relatifs de signes contraires est un nombre entier relatif négatif.

Exemples

1) (-3) x (+5) = - (3 x 5) = -15
2) 2) (+12) x (-6) = - (12 x 6) = -72.

b) Le produit de deux nombres entiers relatifs positifs est un nombre entier relatif positif. Le produit est celui de deux nombres entiers naturels.

Exemples

1) (+12) x (+5)= 12 x 5 = 60 .
2) 2) 3 x 23 = 69.
3) 3) 35 x (+4) =35 x 4 = 140.

c) Le produit de deux nombres entiers relatifs négatifs est un nombre entier relatif positif.

Exemples

1) (-21) x (-10) = 21 x 10 = 120.
2) (-8) x (-54) = 8 x 54 = 432.

Exercices

1) Calcule les produits suivants :
   a) (+9) x (+12); b) 139 x 35; c) (-21) x 4;
   d) (+45) x (-10); e) (-54) x (-20); f) (-1)x(+1).

2) Sans effectuer le calcul, mettre le signe du produit des nombres a et b dans le tableau ci-après :

a	1234	-235	76	-785	908	+1
b	+23	+90	216	-954	-765	-1
Signe de a x b						

2 Produit de plusieurs nombres entiers relatifs

Propriétés

1) Dans un produit de plusieurs nombres entiers relatifs, si le nombre de facteurs négatifs est pair, le produit est positif (signe +).

2) Dans un produit de plusieurs nombres entiers relatifs, si le nombre de facteurs négatifs est impair, le produit est un nombre négatif (signe -).

3) Dans un produit de plusieurs nombres entiers relatifs si un des facteurs est nul, le produit est égal à zéro (0).

Exercices

1) Sans effectuer de calcul, trouve le signe de chacun des nombres suivants :

t = (+123) × (-12) ; r = (+213) × (+21) × (-1) ; s = (-12) × (+21) × (-6) ;

u = (-76) × (-65) ; v = (+6) × (-25) × (-9) × 3 × (-2).

2) Effectue les opérations telles que données dans le tableau ci-après :

z	y	t	u	z × y ×t × u	z+y+t+u	z+t+u	z+u+t-y
2	-20	+10	1				
-3	+8	-42	0				
-40	+9	-7	-1				

Exercices

1) Calcule les produits suivants:
   a) (+7) × (-3) ; b) (-9) × (-1) ; c) (+8) × (-11) ;
   d) (-4) × (-6); e) (-7) × (-7) ; f) 0 × (-5).
2) Calcule axb dans les cas suivants:
   a) $a = -2$; $b = 3$. b) $a = b = -6$. c) $a = -5$; $b = -9$.
   d) $a = -6$; $b = 10$. e) $a = -13$; $b = 1$. f) $a = 6$; $b = 0$.
3) Donne le signe des nombres entiers relatifs suivants sans les calculer :
   $a = (-2) \times (-43) \times (+90)$;
   $b = (+34)$x (-76) ;
   $c = (45)$x (-65) x (-78) x (+4).

4) Calcule les produits suivants:
   a) (+7) x (-2) x (-1) ; d) (-4) x (+2) x (-5) x (+6) ;
   b) (+18) x (+1) x (+3) ; e) (+7) x (+3) x (-20) x (+6) ;
   c) (+8) x (+16) x (-0) x (-3) ; f) (-2) x (+8) x (+9) x (-5).
5) Complète le tableau suivant :

a	b	c	axb	axc	bxc	$axbxc$
3	-5	-6				

6) a et $b$sont deux nombres entiers relatifs dont le produit ab est positif. Détermine le signe de chacun des nombres a et b dans les cas suivants :
   a) La somme $a + b$ est positive.
   b) La somme $a + b$ est négative.

Chapitre 4 : Ensemble $\mathbb{D}$ des nombres décimaux relatifs

Objectifs

- Découvrir l'ensemble D des nombres décimaux ;
- Graduer une droite avec des nombres relatifs (entiers ou décimaux) ;
- placer approximativement sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre décimal relatif ;
- un point étant donné sur une droite graduée, donner son abscisse.

1 Nombres décimaux relatifs

L'ensemble des nombres décimaux relatifs est noté $\mathbb{D}$.

Les nombres entiers relatifs sont des nombres décimaux relatifs. On note : $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$ et on lit $\mathbb{Z}$ inclus dans $\mathbb{D}$ (Tous les éléments de $\mathbb{Z}$ sont les éléments de $\mathbb{D}$).

On désigne par nombre décimal relatif un élément quelconque de $\mathbb{D}$.

Propriétés

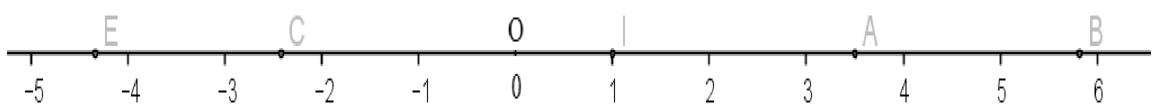
- *Tous les entiers relatifs positifs (entiers naturels) sont des décimaux relatifs positifs ; tous les entiers relatifs négatifs sont des décimaux relatifs négatifs.*
- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$ *et on lit* $\mathbb{Z}$ *inclus dans* $\mathbb{D}$ *(Tous les éléments de* $\mathbb{Z}$ *sont les éléments de* $\mathbb{D}$*).*
- *Un nombre décimal positif est toujours plus grand que 0.*
- *Un nombre décimal négatif est toujours plus petit que 0.*
- *Un nombre décimal positif est toujours plus grand qu'un nombre décimal négatif.*

2 Repérage sur une droite graduée

Tout nombre décimal relatif peut être considéré comme l'abscisse d'un point pris sur cette droite munie d'un repère (O, I).

O a pour abscisse 0 et I a pour abscisse 1.

Exemple



Les points A, B, C et E ont approximativement pour abscisses 3,5 ; 5,8 ; -2,4 et -4,3.

Exercices

1) Remplis le tableau suivant où *a* est un nombre relatif décimal donné.

a	1,2	-4 ,32	+10	+0,06	-0,29	123,09	-32,96		
-a								+5	-76

2) $E = \{2; (-2{,}01); (+0{,}84); (-12); 0; (-68);\ +1\}$;

Ecris l'ensemble A des éléments de E qui sont des nombres décimaux positifs.

Ecris l'ensemble B des éléments de E qui sont des nombres décimaux négatifs.

3) Remplace les points par $\in$ ou $\notin$: $(+5)$ ... $\mathbb{N}$; (-6) ... $\mathbb{N}$; $(1{,}4)$ ... $\mathbb{Z}$; 0 ... $\mathbb{D}$. ;

$0 \ldots \mathbb{Z}$; $(+0{,}12)\ldots \mathbb{D}.$; $(-23) \ldots \mathbb{D}.$; $(+90) \ldots \mathbb{Z}$; $(-20,45) \ldots \mathbb{D}$.

4) Sur une droite graduée, prends 1cm comme unité de longueur et place les points donnés par leurs abscisses. A(+1) ; B(2,5) ; H(+3) ; I(-2,5) J(-3) ; K(-2) ; ordonne les nombres (+1) ; (+2,5) ; (-2,5) ; (+3) ; (-3) ; (-2) par ordre croissant.
5) Entre les nombres décimaux relatifs +1 et +2, intercale deux nombres décimaux. Entre les nombres décimaux (-5,4) et (-1), intercale quatre entiers relatifs.

6) (D) est une droite graduée d'origine O et d'unité OI=2cm.
   a) Place sur (D) les points A(+4) ; B(-2) ; A'(-4).
   b) Place sur (D) les points J et K respectivement milieux des segments [AB] et [A'B] ; détermine l'abscisse de chacun des points J et K.

Chapitre 5 : Comparaison des nombres décimaux relatifs

Objectifs

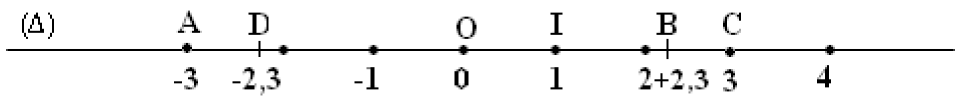
- Déterminer la distance d'un nombre décimal relatif au nombre 0 ;
- comparer deux nombres décimaux relatifs ;
- déterminer l'opposé d'un nombre décimal relatif ;
- encadrer l'abscisse d'un point par deux nombres entiers consécutifs.

1 Distance d'un nombre relatif au nombre 0, nombres opposés

Propriétés

1) Lorsqu'un point M a pour abscisse a, la distance du point A au point O est aussi la distance du nombre a à zéro.

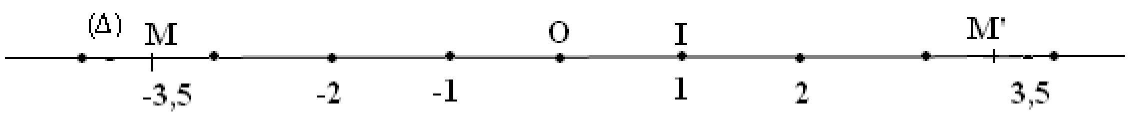
Exemple



Sur la figure ci-dessus, OD = 2,3 : la distance de -2,3 à 0 est +2,3.
OB = +2,3 et la distance de +2,3 à 0 est 2,3.

2) Il existe deux nombres relatifs qui sont à une même distance donnée de 0 ; l'un est positif, l'autre est négatif ; ces deux nombres sont opposés.

Exemple
M et M' sont symétriques par rapport à O.
OM = OM' = 3,5
(+3,5) et (-3,5) sont opposés.



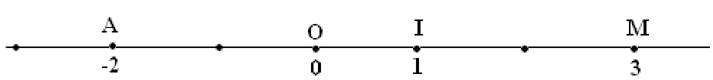
2 Comparaison de nombres décimaux relatifs

On admet la propriété suivante :

Propriétés

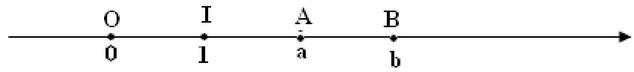
1) *Si deux nombres décimaux relatifs sont de signes contraires, le nombre négatif est inférieur au nombre positif.*

Exemple
-2 < +3



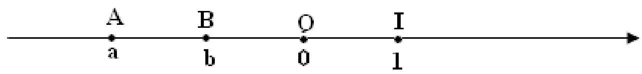
2) *Si deux nombres décimaux relatifs sont positifs, le plus petit est celui qui a la plus petite distance à zéro.*

Exemple
2,5< 6,3



OA < OB

3) Si deux nombres décimaux relatifs sont négatifs, le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.



OA > OB donc a<b.

Exemple
-3,7 < -1,5

3 Opposé d'un nombre décimal relatif

Activité 3
Soit (Δ) une droite graduée d'origine O et I un point de (Δ) tel que OI= 1.

a) Construis le point M d'abscisse +2,5.
b) Place le point M' de (Δ) tel que OM'=OM. Quelle est l'abscisse du point M'?

Exemple
+1,3= opp(-1,3)
Propriétés

1) L'opposé d'un nombre décimal relatif positif est un nombre décimal relatif négatif .

Exemple
-7,3 est l'opposé de +7,3 ; -12 est l'opposé de 12.

2) L'opposé d'un nombre décimal négatif est un nombre décimal positif .

Exemple
(-2,98) = +2,98 est l'opposé (- 2,98**).**

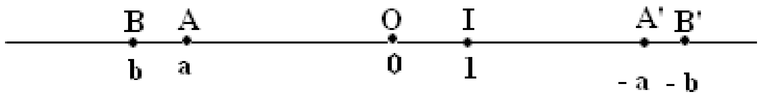
3) L'opposé de 0 est 0 ; + 0 = - 0 = 0.

Exercice
Ecris l'opposé de chacun des nombres décimaux relatifs suivants :
+ 6,7 ; + 4,8 ; - 3,9 ; - 15 ; - 0,9 ; + 10,4.

Remarques :

1) Un nombre positif est un nombre supérieur ou égal à 0.
2) Un nombre négatif est un nombre inférieur ou égal à 0.

3) Le nombre 0 est à la fois positif et négatif.
4)
   - Si deux nombres décimaux relatifs $\boldsymbol{a}$ ***et*** $\boldsymbol{b}$ sont dans un ordre donné, alors leurs opposés sont dans l'ordre contraire.



   - Si $a > b$ alors $opp\ a < opp\ b$ c'est-à-dire : $a > b$ alors – a $< \ -b$

Exemple
1,3 < 4,7 alors -1,3 > -4,7.

Exercices
1) Complète avec < ; = ou >.
   a) 5 et 3 ; -32 et -24 ; -7 et -8.
   b) -12 et 5 ; 7,2 et -11 ; 0 et 5,3.
2) Range dans l'ordre croissant les décimaux relatifs suivants:
   +15,3 ; -3,51 ; -4,32 ; 0 ; +11,8 ; +3,41.

4 Encadrement d'un nombre décimal relatif par deux nombres entiers relatifs consécutifs

Remarque
Le nombre décimal relatif 1,5 est compris entre les entiers relatifs consécutifs 1 et 2 :

$$1 < 1{,}5 < 2$$

De même, $-3 < -2{,}5 < -2$.
On dit que $-$ 2,5 est encadré par deux nombres entiers relatifs consécutifs – 3 et – 2.

Propriété
Un nombre décimal relatif est toujours encadré par deux nombres entiers relatifs consécutifs.
Si le nombre décimal est positif, le plus petit entier relatif est la partie entière du nombre décimal.
Si le nombre décimal est négatif, le plus grand entier relatif est la partie entière du nombre décimal.

Exercice :
Encadre les nombres décimaux suivants par des nombres entiers relatifs consécutifs :
4,2 ; - 1,175 ; 3 ; 0, 25.

Exercices
1) Si un nombre est situé à 6 unités de 0, quel est la distance de ce nombre à son opposé ? Place ces deux nombres sur une droite graduée.
2) a) Quel est le plus petit nombre entier relatif supérieur à +11,35 ?
   b) Quel est le plus grand nombre entier relatif inférieur à -14,32 ?
   c) Encadre chacun des nombres + 11,35 et – 14,32 par des nombres entiers relatifs consécutifs.

3) Dans chacun des cas suivants, compare les nombres a et b:

$a = +7$ et $b = +11$.

$a = -7$ et $b = -11$.

$a = -8$ et $b = -7{,}8$.

4) Ordonne les nombres ci-dessous du plus petit au plus grand :

a) +9,81 ; -6,01 ; -2,54 ; +3,41 ; -2,55.

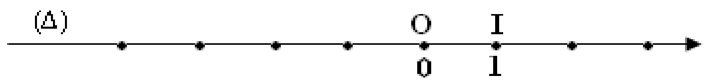
b) -85 ; +120 ; +75 ; -38 ; +57 ; -100 ; +85 ; -57 ; +38.

5) Sur une droite graduée (Δ) d'origine O, place le point I d'abscisse +1 et prends OI pour unité de longueur.

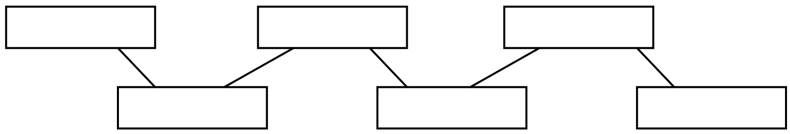
a) Marque sur cette droite deux points A et B dont la distance à O est 3 et 5.

b) Marque également un point C dont la distance à O est 6. Combien de solutions trouves-tu ?

c) Trace le segment constitué de tous les points dont la distance à O est inférieure à 6.



6) Place les nombres +12,4 ; -3,25 ; -2,83 ; -1,01 ; +7,98 et -2,3 dans les cases ci-dessous, sachant que l'on descend vers un nombre plus petit et que l'on monte vers un nombre plus grand.

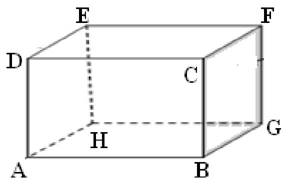


Chapitre 6 : Prisme droit : vocabulaire

Objectifs

- Découvrir un prisme droit ;
- décrire un prisme droit en utilisant le vocabulaire adéquat.

1 Parallélépipède rectangle (pavé droit)



- Les faces ABGH et DCFE sont les **bases** du prisme.
- Les faces ABCD, BGFC, HGFE et AHED sont les **faces latérales**. Elles sont rectangulaires.
- Les **arêtes latérales** [AD], [CB], [FG], [EH] sont des supports parallèles et de même longueur.

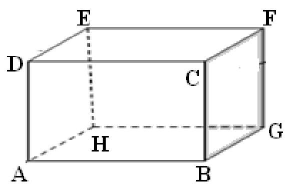
Vocabulaire et description

Les deux bases d'un prisme droit ont mêmes dimensions et sont des polygones situés dans des plans parallèles.

Les faces latérales sont des rectangles.

Les arêtes latérales sont perpendiculaires au plan des bases.

La figure ci-contre représente un prisme droit ABGHDCFE à base rectangulaire.

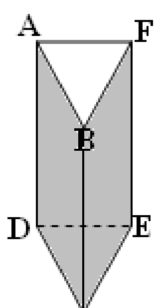


N.B.

Les bases d'un prisme droit peuvent être aussi des polygones (triangle, quadrilatère, pentagone, …).

Exercice

Sur la figure ci-contre, nomme les bases et les faces latérales.



3 Définition

Un prisme droit est un solide composé de :

- deux faces superposables de forme polygonale (triangle, quadrilatère, …) appelées bases ;
- des faces latérales rectangulaires**.**

Exemple

Le parallélépipède rectangle et le cube sont des prismes droits

Exercices

Les solides présentés ci-dessous sont des prismes droits posés sur une face. Pour chacun d'eux, dis s'il est posé sur l'une de ses bases ou s'il est posé sur l'une de ses faces latérales.

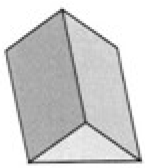


Fig. 1

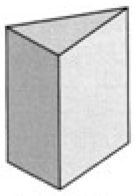


Fig. 2

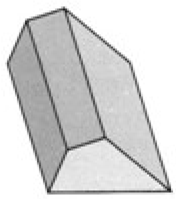


Fig. 3

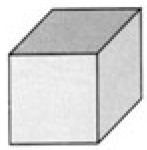


Fig. 4

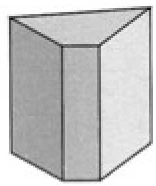


Fig. 5

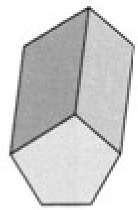


Fig. 6

Chapitre 7 :   Prisme droit : patron, aire et volume

Objectifs

- Reconnaître et dessiner un patron d'un prisme droit;
- réaliser un prisme droit ;
- calculer l'aire latérale ou totale d'un prisme droit ;
- calculer le volume d'un prisme droit.

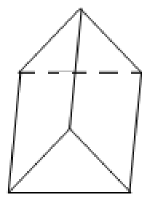
1 Patron d'un prisme droit

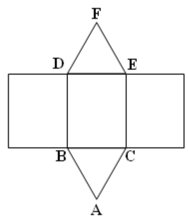
Définition

Un patron est une figure plane qui permet de fabriquer un objet de l'espace.

Exemple

Le patron de ce prisme droit est formé de deux pièces : trois rectangles de mêmes dimensions et de deux triangles appelés bases du prisme**.**



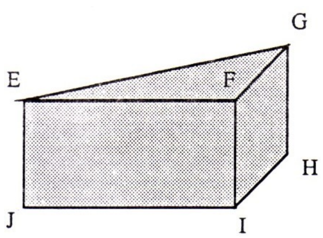


Exercice

Réalise le patron d'un prisme droit en suivant les indications ci-après. L'unité est le cm,

- trace un rectangle ABDE avec AB = 4, BD = 3,
- trace un autre rectangle à droite du premier avec 3,5 de longueur et 3de largeur,
- trace un carré de côté 3 à gauche du rectangle ABDE,
- trace ensuite deux triangles ABC et DEF tels que BC = 3,5 ; CA = 3, DE = 4, DF = 3,5 et FE = 3.

2 Aire latérale et aire totale d'un prisme droit



Le triangle HIJ est une base d'un prisme droit EFGJIH.

Calcule les aires latérales IJEF, IHGF, EGHJ sachant que :

IJ = 5 ; FI = 3 ; FG = 2,5. L'unité de longueur étant le cm.

Définition

L'aire latérale d'un prisme droit est la somme des aires de ses faces latérales.

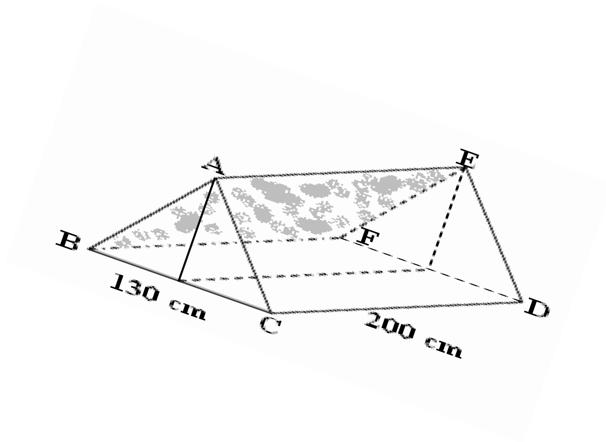
L'aire totale d'un prisme droit est la somme de son aire latérale et des aires de ses bases.

Exercice

Un prisme droit a pour base un triangle ABC rectangle en A de dimensions : AB = 8, AC = 5. La hauteur de ce prisme droit est 6.L'unité de longueur étant le cm.

Calcule l'aire latérale, puis l'aire totale de ce prisme.

3 Le volume d'un prisme droit



La figure ci-dessus représente une tente assimilée à un prisme à base triangulaire de hauteur h = 1,50m

a) Calcule l'aire $\mathcal{B}$ du triangle ABC, base du prisme,

b) Multiplie $\mathcal{B}$ par la hauteur h. Qu'est-ce que tu obtiens?

Règle

Le volume$(\mathcal{V})$ *d'un prisme droit est :*

$$\boxed{\mathcal{V} = \mathcal{B}xh}.\begin{cases} \mathcal{B} \text{ est l'aire de base} \\ h \text{ est la mesure de la hauteur.} \\ \mathcal{V} \text{ le volume du prisme droit} \end{cases}$$

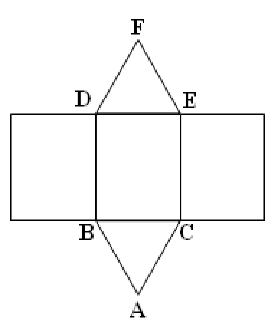
Exercice

Un prisme droit a pour base un triangle équilatéral de côté 6 cm et de hauteur 10 cm.

Calcule le volume de ce prisme.

Exercices

1) La figure ci-dessous représente le développement d'un prisme.
    a) Est-ce un prisme droit ou oblique ?
    b) Réalise le patron de ce prisme en prévoyant les languettes nécessaires. Nomme tous les sommets.
    c) Quelle est la nature des faces latérales et des bases de ce prisme?
    d) Construis le prisme dont le patron est le suivant :



2) a) Réalise le patron d'un prisme à base triangulaire (triangle rectangle) dont les dimensions sont les suivantes :
AB = 8cm ; AC = 6 cm ; BC = 10 cm ; h = 7 cm.
b) calcule :
- l'aire latérale de ce prisme,
- l'aire totale,
- le volume.

3) La base d'une poutre en bois de 3 mètres de long a la forme d'un triangle rectangle dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 12 cm et 16 cm.
- calcule le volume de la poutre,
- calcule sa surface latérale et sa surface totale,
- calcule son poids sachant que 1 dm^3 du bois pèse 0,85 kg.

4) ABC est un triangle rectangle tel que les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm, 4 cm et l'hypoténuse 5 cm.
Soit $\mathcal{X}$ la hauteur d'un prisme droit ayant pour base ce triangle rectangle. Complète le tableau suivant :

$\mathcal{X}$	8	10	12	15
Aire des bases (cm^2)				
Aires latérales (cm^2)				
Aire totale (cm^2)				
Volume (cm^3)				

4) Un tronc d'arbre à la forme d'un cylindre de 4,36m de long et 1,88m de diamètre. On équarrit ce tronc de manière à lui donner la forme d'un prisme droit à base carré de 1,30m de côté et 4,36m de haut. Le prisme obtenu est employé pour faire des planches de 2,18m de long, de 10 cm de large et 26mm d'épaisseur.
a) Combien de planches obtient-on ?
b) Quel est le volume des déchets ?

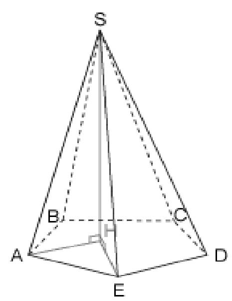
Chapitre 8 : Pyramide : observation, description du solide, réalisation d'un patron

Objectifs

- Décrire une pyramide en utilisant le vocabulaire adéquat;
- reconnaître et dessiner le patron d'une pyramide ;
- calculer le volume d'une pyramide.

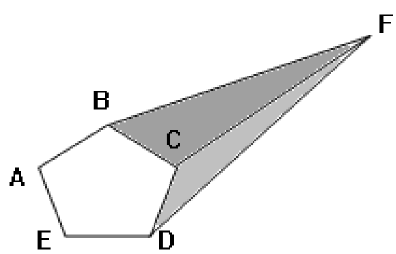
1 Observation et description d'une pyramide

La figure ci-dessous à gauche est une représentation schématisée d'une **pyramide**
S désigne le **sommet** de la pyramide et sa **base** a la forme d'un polygone de cinq côtés (pentagone : ABCDE).



Définition
Une pyramide est un solide constitué d'une base qui est un polygone et d'un point qui n'est pas dans le plan de la base appelé sommet de la pyramide.
Les faces latérales sont des triangles.

N.B.
Il existe des pyramides à base carrée, triangulaire, etc.
Exercice
La figure ABCDEF est une pyramide représentée comme suit. Nomme la base, les faces latérales et le sommet de la pyramide

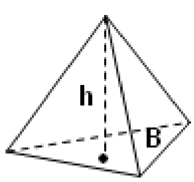


2 Réalisation du patron d'une pyramide

Exercice
Dessine un patron d'une pyramide de base triangulaire (triangle équilatéral) de côté 3cm et de hauteur 5cm.

3 Volume d'une pyramide

La figure ci-dessous représente une pyramide de hauteur h et d'aire $\mathcal{B}$.



Son volume est donné par la formule :

$$\boxed{\mathcal{V} = \frac{1}{3} \text{ x } \mathcal{B} \text{ x } h}$$

Exemple

Pour une pyramide dont la hauteur est 30 cm et la base carrée de 28 cm de côté, l'aire$\mathcal{B}$ de la base de la pyramide est : 28 x 28 = 784 cm^2.

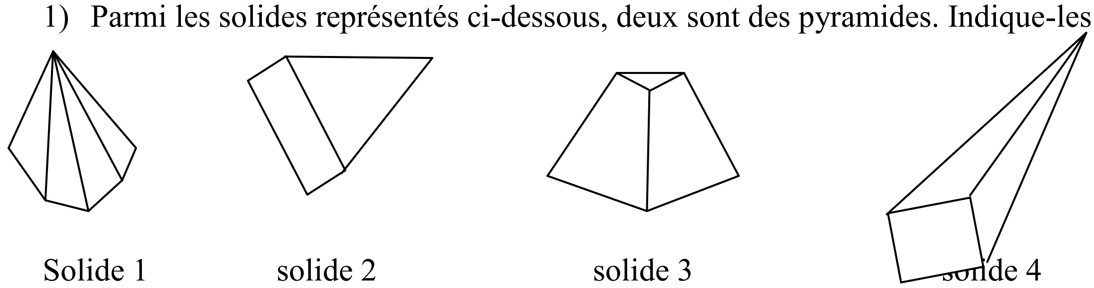
Son volume $\mathcal{V}$ est de : $\frac{1}{3}$ x 784 x 30 = $\frac{784 \text{ x } 30}{3}$ = 7840 cm$^{3.}$

Exercice

Calcule le volume d'une pyramide dont l'aire de la base est 15 cm^2 et la hauteur est de 4 cm.

Exercices

1) Parmi les solides représentés ci-dessous, deux sont des pyramides. Indique-les et justifie.



Solide 1 solide 2 solide 3 solide 4

2) Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Nombre de faces latérales de la pyramide	Nature de la base de la pyramide
3	
4	
6	
8	

3) La hauteur d'une pyramide est 13 cm. La base de cette pyramide est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 6,5 cm et 4,2 cm. Calcule le volume de cette pyramide.
4) La hauteur d'une pyramide est 146 mètres. La base de cette pyramide est un carré dont le côté est 233 mètres. Calcule le volume de cette pyramide.
5) Dessine un patron d'une pyramide dont :
- la base est un hexagone régulier de côté 4cm ;
- les faces latérales sont des triangles isocèles de côtés 4cm ; 7cm et 7cm.

Chapitre 9 : Propriétés de la distance

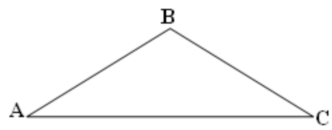
Objectifs

- Mesurer la distance de deux points à l'aide d'une règle graduée ;
- vérifier une égalité de distances à l'aide du compas ;
- traduire l'appartenance d'un point M à un segment [AB] par l'égalité : AM + MB = AB ;
- justifier l'appartenance d'un point M à un segment [AB] par l'égalité : AM + MB = AB ;
- traduire à l'aide des inégalités des distances le non alignement de trois points.

1 Propriétés de la distance : propriété du triangle

Propriété

*Dans un triangle, la mesure d'un côté est plus petite que la somme des mesures des deux autres côtés***.**



Exercice

L'unité est le centimètre.

On donne 4 segments a, b, c et d tels que :

a = 2 ; b = 3,9 ; c = 5 et d = 6, 8.

a) Parmi ces 4 segments, choisis-en 3 et construis un triangle dont les côtés ont pour longueurs celles des segments choisis.
b) Parmi les choix suivants, entoure ceux qui permettent de construire un triangle : a, b et c ; a, c et d ; b, c et d ; a, b et d.

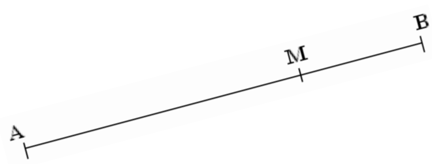
2 Propriétés de la distance : propriété du segment

Propriétés

1) Si un point M appartient à un segment [AB], alors AM + MB = AB.

M ϵ [AB] alors AM + MB = AB.

2) A, B et M sont trois points du plan.



Si AM + MB = AB, alors M appartient au segment [AB].

Exercice

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la droite (D), marque deux points A et B tels que AB = 6.

Marque sur la droite (D) les points E, F, G et H tels que :
EF = 4 ; BF = 4 ; EA = 2 ; AF = 2 ; AH = 3 ; GB = 7; AG = 1et HB = 3.
Pourquoi ne peux-tu pas marquer un point K tel que AK = 3 et KB = 2 ?

Exercices

1) L'unité de longueur est le cm. Place trois points A, B et C tels que :
   a) AB = 9 ; AC = 4 et C ∈[AB] ;
   b) AB = 8 ; AC = 4 et A ∈ [BC].
      Calcule BC dans chacun des cas.
2) On donne deux points distincts A et B.
   Place sur la droite (AB) :
   - un point M tel que MA + MB = AB ;
   - un point N tel que AB + BN = AN ;
   - un point P tel que BP = BA + AP ;
   - un point Q tel que BQ + QA = BA.
   Parmi les points M, N, P et Q, quels sont ceux qui appartiennent à [AB] ?
3) Trace un segment [AB] tel que AB = 4 cm.
   a) Construis l'ensemble des points M dont la distance au point A est 4 cm.
   b) Construis l'ensemble des points N dont la distance au point B est 3 cm.
   c) Peux-tu trouver un ou plusieurs points C tels que :
      CA = 5 cm et CB= 3 cm ;
      CA = 1,5 cm et CB = 2,5 cm ;
      CA = 1cm et CB = 2 cm.
4) L'unité de longueur est le cm. Est-il possible de construire un triangle ABC à l'aide des renseignements donnés ci-dessous ?
   a) BC = 9,6 ; AC = 3,7 ; AB = 5,9.
   b) BC = 8,4 ; AC = 3,1 ; AB = 4,9.
5) Les longueurs données peuvent-elles être celles des côtés d'un triangle ?
   a) 2,8cm ; 3cm ; 5cm.
   b) 6cm ; 4cm ; 10cm.
   c) 3,7cm ; 10cm ; 14cm.
6) Peux-tu construire trois points I, J, K tels que IJ = 2,8cm ; JK = 3,2cm ; IK = 6cm ?
   Si oui, que peux-tu dire de ces points ?

Chapitre 10 : Médiatrice d'un segment

Objectifs

- Construire à la règle et au compas :
  - La médiatrice d'un segment,
  - Le milieu d'un segment,
  - La droite passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée ;
- utiliser la définition ou la propriété caractéristique de la médiatrice pour justifier :
  - une égalité de distances,
  - que deux droites sont perpendiculaires,
  - l'appartenance d'un point à une droite.

1 Construction de la médiatrice d'un segment

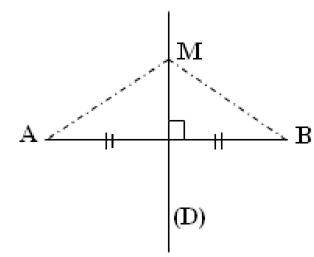
Définition

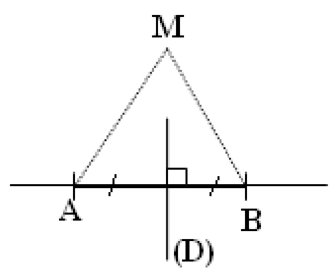
La médiatrice d'un segment [AB] est la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le milieu de [AB].

Exercices

1) Construis à l'aide de la règle non graduée et du compas, le milieu d'un segment [BC] donné.
2) [AB] est un segment donné. Construis à l'aide de la règle non graduée et du compas la médiatrice de [AB].

2 Propriétés

Propriété *Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.* *(D) est la médiatrice de [AB]* $et\ M \in (D)\ alors\ MA = MB$.	

Propriété (réciproque) *Tout point équidistant des extrémités du segment [AB] appartient à la médiatrice de ce segment.* *Si MA = MB alors M appartient à la médiatrice du segment [AB].*	

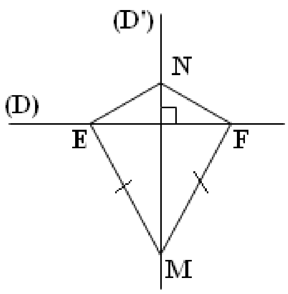
Exercices

1) Construis un cercle ($\mathcal{C}$) de centre O. A et B sont deux points de ($\mathcal{C}$). Trace la corde [AB] de ce cercle. Montre que O appartient à la médiatrice de [AB].
2) Dans un triangle ABC, construis les médiatrices de [AB] et de [BC].

Marque le point d'intersection O de ces deux médiatrices. Justifie que O appartient à la médiatrice de [AC].

Exercices

1) a) Trace un segment [EF] de longueur 5cm ;
   b) avec le compas, marque un point A qui soit à 3cm du point E et à 3cm du point F.
   c) avec le compas, marque un point B qui soit à 8cm du point E et à 8cm du point F.
   d) avec la règle, trace la médiatrice du segment [EF].
2) Trace un segment [FG] de 4cm de longueur. Avec une règle graduée et une équerre, trace la droite (D) perpendiculaire à la droite (FG) passant par le milieu N du segment [FG]. Que représente la droite (D) pour le segment [FG] ?
3) Trace un segment [AB], puis le cercle de centre A passant par B et le cercle de centre B passant par A. Ces deux cercles se coupent en M et N.
   Les droites (MN) et (AB) sont sécantes en I.
   a) Que représente la droite (MN) pour le segment [AB] ? Justifie.
   b) Explique pourquoi la droite (MN) est perpendiculaire à la droite (AB) et pourquoi I est le milieu du segment [AB] ?



4) Sur deux droites (D) et (D') perpendiculaires, on a :
   $E \in (D)$, $F \in (D)$, $M \in (D')$, $N \in (D')$ et ME = MF = 3cm.
   a) Que représente (D') pour le segment [EF] ?
   b) Montre que NE = NF.

5) Dans un triangle EFG, trace les médiatrices de [EF] et de [FG].
   Marque le point d'intersection I de ces deux médiatrices. Justifie que le point I appartient à la médiatrice de [EG].
6) L'unité est le cm. A, B, C, D, E sont des points tels que :
   AB = 6,5 ; AC = 6,5 ; AD = 7,5 ; AE = 12 ; BC = 5 ; BD = 7;
   BE = 6,5; CD = 2; CE = 6,5; DE = 7,5.
   Justifie que (AE) est la médiatrice de [BC] et que (BD) est la médiatrice de [AE].
   Construis la figure en utilisant la règle graduée et le compas.
   Cite deux points de la figure appartenant à une droite perpendiculaire à (CD).

Chapitre 11 : Somme et différence de nombres décimaux relatifs

Objectifs

- Calculer la somme de deux ou plusieurs nombres décimaux relatifs ;
- simplifier l'écriture d'une somme de nombres décimaux relatifs ;
- calculer la différence de deux nombres décimaux relatifs ;

1. Somme de deux nombres décimaux relatifs

Règle

a) *Pour additionner deux nombres décimaux relatifs de signes négatifs, on prend la somme de leurs opposés et on la précède du signe (-).*

Exemples

(- 4,54) + (- 56) = - (4,54 + 56) = (- 60,54) ;

(- 89) + (- 51,768) = - (89 + 51,768) = - 140,768.

b) *Pour additionner deux nombres décimaux relatifs de signes contraires :*
   - *on prend le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;*
   - *on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande.*

Exemple

A = (+4,5) + (-5) ;

5 > 4,5. A a le signe de (-5) ; A = -(5 – 4,5) = -0,5.

c) *Pour additionner deux nombres décimaux relatifs positifs, on calcule la somme des distances à zéro des deux nombres.*

Exemple

3,8 + 1,2 = 5.

Propriété

La somme de deux nombres décimaux relatifs opposés est égale à 0.

$a + opp\ a = 0$

Exemples

(+54) + (-54) = 0 ; -1+1 = 0 ; (-6) + (+6) = 0.

La somme d'un nombre décimal relatif a et du nombre 0 est égale à a.

$a + 0 = 0 + a = a.$

Exercices

Calcule les sommes suivantes :

(4,879) + (2,121) ; (+45,94) + (+20,12) ;

(-42) + (+84,19) ; (+562) + (-571) ; (-1) + (-96) ;

(-156,75) + (-134) ; (+0,91) + (-91).

2 Somme de plusieurs nombres décimaux relatifs

Règle

Pour calculer de manière performante une somme de plusieurs nombres décimaux relatifs, on peut déplacer et regrouper certains termes.

Exemple

A = (+3) – (-2) + (-6) + (+4) + (-5)

= +3 + 2– 6 + 4 – 5

= +3 + 2 + 4 – 6 - 5

= +9 – 11

= - 2

3 Différence de deux nombres décimaux relatifs

Règle :

La différence de deux nombres décimaux relatifs a et b est la somme de a et de l'opposé de b.

a-b = a + opp b = a + (- b).

Exemples

(-23)-(-4) = (-23) +4 = -(23-4) = -19 ;

(+45,9)-(+5,5) = + (45,9-5,5) =40,4 ;

(+21,64) –(-41,36) = (21,64) + (+41,36) = 63.

Exercice

Calcule les différences suivantes :

a) (+4,7) – (+ 0,3) ; b) (+ 4,7) – (+ 1,2) ;
(- 3,5) – (- 5) ; (- 120,5) – (- 50,2).

4 Somme algébrique de nombres décimaux relatifs

Règle

Pour calculer une suite de sommes et de différences de plusieurs nombres décimaux relatifs, on peut effectuer les calculs progressivement de la gauche vers la droite.

Exemple

A = (- 3,5) – (+ 4) + (+ 1,5) – (- 0,5) – (+ 4,2).

= - 3,5 – 4 + 1,5 + 0,5 – 4,2

= - 7,5 + 1,5 + 0,5 - 4,2

= - 6 + 0,5 – 4,2

= - 5,5 – 4,2

= - 9,7.

Propriété

a, b , c sont de nombres décimaux relatifs.

$a-(b+c)= a-b-c.$

$a+(b-c)=a+b-c.$

$a-(b-c)= a-b+c.$

Exercice

Calcule les sommes algébriques des nombres décimaux du tableau ci-après :

a	b	C	d	a-b-c+d	-a+b+c-d	a+b-c-d	-a-b-c+d
+12,23	0	-2,124	+9,73				
-6,09	+21,64	0, 09	-11,21				
+23,91	-80	+1,25	-0,01				
-9,13	+10,19	-0,12	100				

Exercices

1) Calcule les sommes des nombres décimaux relatifs suivants :
   a) (+18) + (+ 27) ; b) (-42)+(- 5,6) ; c) (- 12,5)+(+ 52) ;
   (+49) + (+ 0,1). (- 1,2)+(- 18). (+9,7)+(- 63).
2) Calcule les différences des nombres décimaux relatifs suivants :
   a) (+19) - (+ 4,1) ; b) (-6,1)-(+ 3,2) ; c) (- 2,1) -(- 15) ;
   (+27) - (+ 32). (+ 9) - (- 3,5). (- 7,4) - (- 3 ,5).

3) Au cours d'un jeu, Khamis gagne 10 billes, il en perd 25, il en gagne 12, il en perd 17, puis il s'arrête parce qu'il n'a plus rien. Combien avait-il de billes au départ ?
4) Calcule le plus simplement possible :
   A = (- 5,85) + ((+ 41,3) + (+ 5)) + (0,85) ;
   B = (+ 19) + (- 15) + (- 8) + (+ 13) ;
   C = (- 37,5) + (- 51,6) + (+ 48,6) + (7,5).
5) Dans chacun des cas suivants, calcule :$a - (b - c)$,$(a - b) + c$ et $(a + c) - b$
   a) $a = (-8{,}9)$; $b = (+7{,}5)$; $c = (-19)$.
   b) $a = (-8)$; $b = (+13)$; $c = (+21)$.

Chapitre 12 : Produit de deux nombres décimaux relatifs

Objectifs

- Calculer le produit de deux nombres décimaux relatifs donnés ;
- donner le signe du produit de deux nombres décimaux relatifs;
- calculer le produit de plusieurs nombres décimaux relatifs ;
- trouver le signe d'un produit de plusieurs nombres décimaux relatifs.

1 Produit de deux nombres décimaux relatifs

Calcule les produits suivants :

(+3,5) x (+3) ; (+21,91) x (+12) ; (+546) x (-12) ; (- 65) x (- 20).

Règle

Le produit de deux nombres décimaux relatifs a et b est un nombre décimal relatif ab :

1. Si les deux nombres décimaux relatifs a et b sont de même signe, leur produit est positif et est égal au produit de leur distance à zéro.

Exemples

(+21,6) ×(+2,5) = +54. (Le signe du produit est positif).

(-29,5) × (-10,2) = +300,9. (Le signe du produit est positif).

2. Si les deux nombres décimaux relatifs a et b sont de signes contraires leur produit est négatif et est égal au produit de leur distance à zéro précédé du signe moins.

Exemple

(-17) ×(+9) = - (17 × 9) = -153. (Le signe du produit est négatif).

Remarques

1. a et b sont deux nombres décimaux relatifs.

Si $a \times b = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.

2. a est un décimal relatif.

$a \times 1 = 1 \times a = a$.

$a \times (-1) = opp\ a = -a$.

Exercices

1) Donne le signe de chacun des produits suivants :
(+0,7) x (-3,2) ; (-4,5) x (-0,6) ; (-3,7) x (+5,6) ; (+2,4) x (+15).
2) Calcule les produits suivants :
(+4) x (-5,7) ; (+15,2) x (-7) ; (+10,1) x (+32,5) ; (-21) x (-1,5).

2 Produit de plusieurs nombres décimaux relatifs

Sans calculer les produits suivants, détermine leur signe.

a) (-3) x (+7) x (-10,1) x (+32,5) x (-4).
b) (-9) x (-7) x (-15,7) x (-35,2) x (-8) x (-13).
c) (+15,2) x (-7) x (+4,5) x (-9) x (-10) x (-5).

Propriété

- *Dans un produit de plusieurs nombres décimaux relatifs non nuls si le nombre de facteurs négatifs est un nombre pair, ce produit est positif.*
- *Dans un produit de plusieurs nombres décimaux relatifs non nuls si le nombre de facteurs négatifs est un nombre impair, ce produit est négatif.*

Exemple

a) (+19) x (-0,6) x (+1,2) x (-5) : 2 facteurs négatifs (-0,6) et (-5) donc le signe est positif.

b) (-5,2) x (+7,1) x (-4,3) x (-9,5) x (+2,3): 3 facteurs négatifs ((-5,2) ; (-9,5) et (-4,3)) donc le signe est négatif.

Exercices

1) Donne le signe de chacun des produits suivants :
   a) (-5,1) x (-4,2) x (+4,1) x (-3,0).
   b) (+3,2) x (+1,2) x (+4,1) x (+8,1).
   c) (-4,6) x (-7,4) x (-12) x (-4,8).

2) Recopie et complète le tableau suivant :

a	b	c	d	$a \times b$	$c \times d$	$(a \times b) \times (c \times d)$
0	-3	+5,6	-13,5			
+2,4	+2,3	-4,5	+2			
+15	-7	+4	-2			

Exercices

1) Sans effectuer le calcul, donne le signe de x.

   (-7,3) x x = +2 ;

   (+5,7) x x = -5,3 ;

   (+5) x (-4) x xx (-2) x (+8,15) = -107,15.

2) a et $b$sont deux nombres décimaux relatifs dont le produit ab est positif.

   Donne le signe de chacun des nombres a et b :

   a) Si $a + b$ est positive

   b) Si $a + b$ est négative

3) Effectue les calculs suivants :
   a) (+7) x (-2,3) ; (+4,2) x (+15).
   b) (-8,5) x (+11) ; (+2,4) x (-5,1).
   c) (-6,2) x (-12) ; (+1,8) x (+13).

4) Calcule les produits suivants :
   a) (+8,2) x (+16) x (-4,0) x (-7,3).
   b) (-5,7) x (+3,4) x (+22) x (-4).
   c) (-7,2) x (-5,3) x (+2) x (-10) x (-1).
   d) (-14) x (-2,3) x (-3,9) x (-2,5).
   e) (+2,3) x (+6,1) x (+4,2) x (+7) x (0).

5) Calcule les produits des nombres décimaux relatifs dans le tableau ci-après :

a	b	c	d	$a \times b \times c \times d$	$a \times (b + c)$	$(a \times c) \times (c \times d)$
12	1	-8,01	-9			
+3	-1	+9	+6			
-31	+2,5	0	1			

Chapitre 13 : Division euclidienne dans ℕ

Objectifs

- Traduire le résultat de la division euclidienne de *a* par b (aet *b* étant donnés numériquement) par l'une des écritures :$a = b \times q$ ou $b \times q < a < b \times (q + 1)$;
- reconnaître dans l'une des écritures $a = b \times q,\ b \times q < a < b \times (q + 1)$la traduction de la division euclidienne de *a* par *b ;*
- étant donné l'encadrement $b \times q < a < b \times (q + 1)$, calculer le reste de la division de *a* par *b*.

1 Multiples-Diviseurs

Propriété

Si a et b sont des entiers naturels non nuls tels que a est un multiple de b, il existe un unique entier naturel q tel que a = b x q.

Remarque

Si *a* est un multiple de *b* non nul, *b* est un diviseur de *a.*

Exercices

1) Ecris l'ensemble des diviseurs de 24 et l'ensemble des diviseurs de 30. Recopie les nombres qui appartiennent aux deux ensembles.

2) Le nombre 91 est-il un multiple de 13 ? Justifie-le.

Quel est le plus grand multiple de 13 plus petit que 91 ?

Quel est le plus petit multiple de 13 plus grand que 91 ?

2 Division avec reste

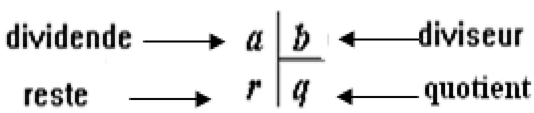
Propriété

a et b sont des nombres entiers naturels et b n'est pas nul.

On peut trouver des entiers naturels q et r tels que :

$$a = b \times q + r \text{ et } r < b.$$

Si a est un multiple de b, alors le reste est nul et a = b x q



Exercice

Trouve le quotient et le reste des divisions suivantes :

a) 635 : 5 ;
b) 283 : 13 ;
c) 172 : 27 ;
d) 8 743 : 123.

3 Encadrement d'un nombre entier naturel par deux multiples consécutifs d'un même nombre

Propriété

a et b sont des nombres entiers naturels et b n'est pas nul.

Si a n'est pas un multiple de b, alors a peut-être encadré par deux multiples consécutifs de b :

$b \times q < a < b \times (q + 1)$.

Exercices

1) Le quotient entier exact de 68 par 15 existe-t-il ?

2) Quels sont les deux multiples consécutifs de 15 qui encadrent 68 ?

3) Encadre 238 par deux multiples consécutifs de 11.

Déduis de cet encadrement le quotient entier et le reste de la division de 238 par 11.

Exercices

1) Effectue les divisions suivantes ;

   a) 328 : 8 ; b) 549 : 9 ; c) 283 : 13 ; d) 843 : 31.

2) Dans une division, on connait le diviseur *b*, le quotient *q* et le reste *r*. Détermine le dividende a.

   a) $b = 13.$ $q = 9.$ $r = 11.$

   b) $b = 67.$ $q = 14.$ $r = 64.$

   c) $b = 831.$ $q = 47.$ $r = 351.$

3) Complète les divisions suivantes :

. 6. 5	59
. 7.	4.
. .	

….	43
32.	8.
.3	

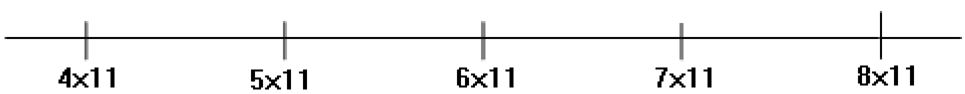
4) Une grand-mère veut partager équitablement 70 bonbons entre ses 11 petits-enfants.

   a) Combien chacun des petits-enfants recevra-t-il des bonbons ?

   b) Combien restera-t-il de bonbons ?

   c) Compare le reste avec le diviseur de la division que tu as effectuée.

   d) Place 70 sur la graduation ci-dessous :



   e) Encadre 70 par deux multiples consécutifs de 11.

Chapitre 14 : Puissances d'un nombre entier naturel

Objectifs

- Ecrire a^n sous forme d'un produit de n facteurs de a ;
- écrire un produit de n facteurs égaux sous la forme d'une puissance d'exposant n ;
- calculer une puissance d'un nombre entier naturel;
- utiliser la définition des puissances et la priorité du calcul de la puissance sur la multiplication et l'addition pour effectuer des calculs.

1 Puissance d'un nombre entier naturel

Règle

Une unité de longueur étant choisie :

- *l'aire $\mathcal{A}$ d'un carré de côté c est :*

  $\mathcal{A} = c \times c = c^2$

  c^2 se lit : « c au carré » ou « c exposant 2 ».

- *le volume $\mathcal{V}$ d'un cube d'arête a est :*

  $\mathcal{V} = a \times a \times a = a^3$

  a^3 se lit : « a au cube » ou « a exposant 3 ».

Définition :

$\boldsymbol{n}$ étant un entier naturel plus grand que1 ,$\boldsymbol{a}$ est un nombre entier naturel quelconque.

$\boldsymbol{a^n}$ désigne le produit de $\boldsymbol{n}$ facteurs égaux au nombre $\boldsymbol{a}$.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}$$

(n facteurs)

$\boldsymbol{a^n}$est une puissance du nombre $\boldsymbol{a}$.$\boldsymbol{n}$ est l'exposant de cette puissance.

$\boldsymbol{a^n}$se lit « $\boldsymbol{a}$ exposant $\boldsymbol{n}$ » ou « $\boldsymbol{a}$ puissance $\boldsymbol{n}$ ».

Exemple

6^4= 6 x 6 x 6 x 6 (4 facteurs).

Remarques

- $\boldsymbol{n}$ est un nombre entier naturel plus grand que 1 : $\boldsymbol{0^n} = 0$ et $\boldsymbol{1^n} = 1$
- $\boldsymbol{a}$ est un entier naturel quelconque. $a = a^1$
- a est un entier naturel non nul, $a^0 = 1$.

Exercices

1) Calcule : $a = 3^2$; $b = 2^5$; $c = 5^3$; $d = 10^4$.
2) Ecris chacun des nombres ci-dessous sous la forme d'une puissance d'un nombre entier naturel.

   $k = 25 \times 25$; $l = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$; $m = 10 \times 10 \times 10 \times 10$.

2 Calcul avec des puissances

2.1 Une nouvelle priorité

Règle de priorité

Dans une suite d'opérations sans parenthèses, les calculs de puissance sont prioritaires sur les multiplications, les additions et les soustractions.

Exercice

Effectue les calculs suivants :

$2 + 4^2$; 3×5^2 ; $8 + 3^4$; $3 \times 5^2 + 2$.

2.2 Calcul de $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})^p$

Activité 3

a) Calcule : 3 x 4 puis $(3 \times 4)^3$et $3^3 \times 4^3$.

b) Compare $(3 \times 4)^3$ et $3^3 \times 4^3$. Que constates-tu ?

Règle 1 :

a* et *b*,** *sont des entiers naturels quelconques,* ***n *un entier naturel plus grand que 1,*

$\boxed{(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})^n = \boldsymbol{a}^n \times \boldsymbol{b}^n}$

Exemple

$(5 \times 10)^2 = 5^2 \times 10^2 = 25 \times 100 = 2500$

Exercices

1) Calcule :

   $(3 \times 4)^2$; $(2 \times 5)^3$; $2^2 \times 7^2$.

2) Ecris les nombres suivants comme les produits des puissances d'entiers naturels :

   $(2 \times 3)^5$; $(5a)^3$; $(3ab)^2$.

2.3 Calcul de $\boldsymbol{a}^m \times \boldsymbol{a}^n$

Activité 4

a) Calcule $3^2 \times 3^3$

b) Ecris le résultat sous forme d'une puissance entière de 3.

Règle 2

a *est un entier naturel quelconque,*

***m* et *n*,** *des entiers naturels plus grands que 1.*

$\boxed{\boldsymbol{a}^m \times \boldsymbol{a}^n = a^{m+n}}$

Exemple

$10^2 \times 10^5 = 10^{2+5} = 10^7$.

Exercices

1) Ecris sous forme de puissance les nombres suivants :

   $3^4 \times 3^3$; $10^2 \times 10$; $5^2 \times 5^7$; $2^4 \times 2^2$.

2) Ecris chaque produit ci-après sous forme d'une puissance :

   $4^2 \times 4^9$; $a^5 \times a^8$; $(3a)^4 \times (3a)^3$; $(ab)^6 \times (ab)^2$.

Exercices

1) Ecris chacun des nombres suivants sous forme d'une puissance d'un entier naturel:
   a) 100 ; 1 000 ; 10 000 ; 10 x 100 x 1 000 x 10 000.
   b) 2 x 16 x 8 ; 25 x 5 x 125 ; 9 x 27 ; 36 x 6.
2) Recopie le tableau suivant, puis mets une croix dans chaque case qui convient :

	VRAI	FAUX
$5^2 \times 4^3 = (5 \times 4)^2 \times 4$		
$3^4 \times 5^4 = (3 \times 5)^4$		

27 x 25 = $(5 \times 3)^2$		

3) On a : 637 = (6 x 10^2) + (3 x 10) + 7.

   Décompose de même les nombres suivants en sommes, de façon à faire apparaitre des puissances de 10.

   a) 1 967 ; b) 1 804 ; c) 8 300.

4) Recopie, puis complète le tableau ci-dessous :

a	a^2	a^3	a^4	a^5
2				
5				
		1		
			81	
	49			

Chapitre 15 : Nombres premiers : décomposition d'un nombre entier naturel en facteurs premiers

Objectifs

- Reconnaître les nombres premiers sur une liste de nombres entiers naturels plus petits qu'un nombre donné;
- décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers.

1 Définition d'un nombre premier

Définition

Un nombre premier est un nombre entier naturel non nul qui admet exactement deux diviseurs : le nombre 1 et lui-même.

Remarque

1 n'admet qu'un seul diviseur. 1 n'est pas un nombre premier.

Exemple

2 ; 3 ; 5 et 7 sont des nombres premiers.

6 n'est pas un nombre premier car il a plus de 2 diviseurs.

Exercice

Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

4 ; 0 ; 13 ; 17 ; 16.

2 Reconnaissance d'un nombre entier naturel premier

a) Reconnaître un nombre premier

Règle

Pour savoir qu'un ombre entier naturel est premier, on le divise par des nombres premiers successifs pris dans l'ordre croissant, jusqu'à trouver dans une des divisions :

- *soit un reste nul ; dans ce cas, le nombre étudié n'est pas premier ;*
- *soit un quotient plus petit ou égal au diviseur ; dans ce cas, le nombre étudié est un nombre premier.*

Exemples

$\frac{24}{2} = 12$ et le reste est nul. 24 n'est donc pas un nombre premier.

$\frac{29}{2} = 14 + \frac{1}{2}$; $\frac{29}{3} = 9 + \frac{2}{3}$; $\frac{29}{5} = 5 + \frac{4}{5}$. Le quotient de la division de 29 par 5 est égal à 5 qui est inférieur ou égal au diviseur 5 et le reste non nul.

29 est donc premier.

Exercice

Parmi les nombre suivants, détermine ceux qui sont premiers :

17 ; 19 ; 25 ; 26 ; 28 ; 29.

b) Ensemble des nombres premiers inférieurs à 100

Crible d'Eratosthène

La liste ci-dessous est celle des 100 entiers naturels non nuls plus petits que 100.

a) Supprime 1, puis tous les multiples de 2 autres que 2, tous les multiples de 3 autres que 3, tous les multiples de 5 autres que 5, tous les multiples de 7 autres que 7et tous les multiples de 11 autres que 11.
b) Ecris l'ensemble P de tous les nombres de la liste qui n'ont pas été supprimés.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Cette méthode est connue sous le nom de **Crible d'Eratosthène** (mathématicien Grec, de l'Ecole d'Alexandrie, vers 200 ans avant Jésus-Christ).

Exercices

1) Les nombres entiers naturels suivants sont-ils premiers ? 211 ; 793 ; 953.
2) Trouve un nombre premier compris entre 200 et 210 ? Justifie ta réponse.

3 Décomposition d'un nombre entier naturel en produit de facteurs premiers

Propriété

Si un nombre entier naturel plus grand que 1 n'est pas premier, alors il admet une décomposition en un produit de facteurs premiers.

Exemple

45 est divisible par 3.

45 = 3 x 15 ; 15 est divisible par 3 : 15 = 3 x 5

45 = 3 x 3 x 5

$45 = 3^2 \times 5$.

Exercice

Décompose les nombres suivants en produit de facteurs premiers et écris-les comme produits de puissance d'entiers naturels :

1000 ; 1800 ; 625.

Exercices

1) Recopie les nombres suivants et barre les quatre nombres qui ne sont pas premiers :
   3 475 ; 5 648 ; 3 547 ; 7 077 ; 2 787.
2) Décompose en produit de facteurs premiers les nombres suivants:
   756 ; 924 ; 946 ; 45^2 ; $(9 \times 14)^3$.
3) Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?
   793 ; 797 ; 799 ; 349 ; 541 ; 863.
4) On donne la décomposition de plusieurs entiers naturels en produit de facteurs premiers. Calcule ces entiers naturels.
   a) $2^2 \times 3 \times 5^4$; b) $2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 13^2$; c) $3^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$.
5) Ecris les nombres suivants comme puissance d'un entier naturel :
   $8 \times 1000;\ 2 \times 16 \times 8;\ 25 \times 125 \times 5.$

Chapitre 16 : Figures symétriques par rapport à un point

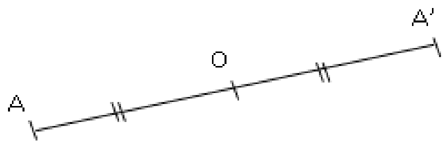
Objectifs

- Construire l'image d'une figure simple par une symétrie centrale;
- reconnaître dans une configuration un centre de symétrie ;
- utiliser les propriétés de la symétrie centrale pour justifier :
  - l'alignement de trois points,
  - le parallélisme de deux droites,
  - une égalité de distance,
  - une égalité angulaire,
  - qu'un point est le milieu d'un segment,
  - que deux droites sont perpendiculaires.

1 Points symétriques par rapport à un point

Définition :

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O signifie que :
O est le milieu du segment [AA'].
Le symétrique de O par rapport à O est O.



A, O, A' sont alignés et
OA = OA'.
Si A' est le symétrique de A par rapport à O, on dit que A et A' sont symétriques par rapport à O.

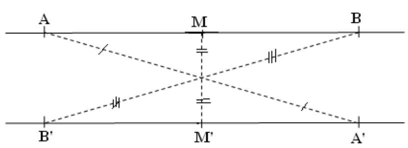
Construction

Pour construire l'image d'un point A par rapport à un point O, on trace la droite (OA), puis on reporte la longueur OA, à partir de O (A et A' sont de part et d'autre de O).
Au compas, le cercle de centre O passant par A recoupe la droite (OA) en A' (on ne trace qu'un petit arc de cercle pour déterminer A').

2 Propriétés

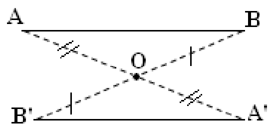
Propriété 1 :(conservation de l'alignement)

Si des points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à un point sont alignés.



A', M', B' étant les symétriques respectifs des points A, M et B,
si A, B et M sont alignés, alors A', B' et M' sont alignés.

Propriété 2 : (conservation des distances)
Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur.

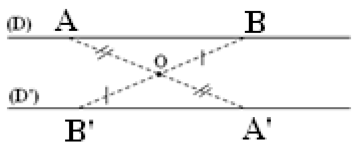


Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à un point O donné, alors AB =A'B'.
Exercice
Trace deux droites (D_1) et (D_2) sécantes en un point O. Soit A $\in$ (D_1) et B $\in$ (D_2).
1) Construis les symétriques A' et B' des points A et B par rapport à O. Précise à quelle droite appartient chacun d'eux ?
2) Construis les segments [AB] et [A'B']. Que peux-tu dire des distances AB et A'B' ?

2 Symétrique d'une figure

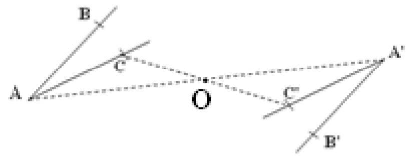
Définition
On dit que deux figures $\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}'$ sont symétriques par rapport à un point O quand chaque point de $\mathcal{F}'$ est le symétrique d'un point de $\mathcal{F}$ par rapport à O.
Exemple
[AB] est un segment de milieu I. Les segments [IA] et [IB] sont symétriques par rapport à I.

Symétrique d'une droite
Propriété
Le symétrique d'une droite (D) par rapport à un point O est une droite (D') qui lui est parallèle.



Si O $\notin$ (D) alors (D) et (D') sont strictement parallèles.
Si O $\in$ (D) alors (D) = (D').

Symétrique d'un angle
Propriété
Le symétrique d'un angle $\widehat{BAC}$ par rapport à un point O est un angle $\widehat{B'A'C'}$ dont les côtés sont les symétriques des côtés de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport à O.
On a: $mes\widehat{BAC} = mes\widehat{B'A'C'}$.

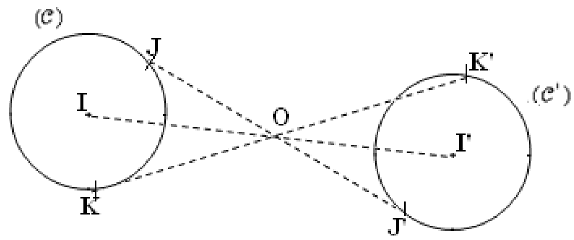


Symétrique d'un cercle

On admet la propriété suivante :

Propriété

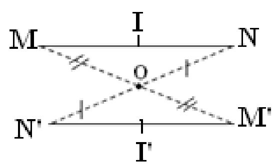
Le symétrique d'un cercle ($\mathcal{C}$) de centre I, de rayon r par rapport à un point O, est un cercle ($\mathcal{C}'$) de centre I' symétrique de I par rapport à O et de même rayon r.



Symétrique du milieu d'un segment

Propriété

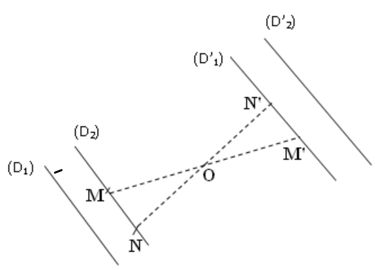
Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à un point O est le milieu du symétrique de ce segment.



Symétriques de deux droites parallèles

Propriété

Les symétriques de deux droites parallèles par rapport à un point O sont deux droites parallèles.



Exercice

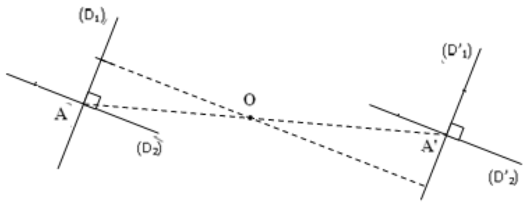
Construis un rectangle ABCD de 6 cm et 4 cm de côtés.

Prends un point O en dehors du rectangle et construis le symétrique A'B'C'D' de ABCD par rapport à O. Quelle est la nature du quadrilatère A'B'C'D' ? Donne ses dimensions.

Symétriques de deux droites perpendiculaires

Propriété :

Les symétriques de deux droites perpendiculaires par rapport à un point O sont deux droites perpendiculaires.



Exercice

Trace deux droites (D_1) et (D_2) perpendiculaires.

Prends un point O du plan tel que $O \notin (D_1)$ et $O \notin (D_2)$.

Construis les droites (D'_1) et (D'_2) symétriques respectives de (D_1) et (D_2) par rapport à O.

Que peux-tu dire des droites (D'_1) et (D'_2) ?

4 Centre de symétrie d'une figure

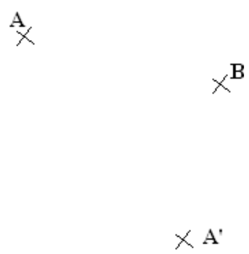
Définition

Une figure admet un point O pour centre de symétrie si elle est son propre symétrique par rapport à O.

Figures admettant un centre de symétrie

- Segment : le milieu d'un segment est le centre de symétrie de ce segment.
- Droite : tout point d'une droite est centre de symétrie de la droite.
- Cercle : le centre d'un cercle est le centre de symétrie de ce cercle.

Exercices



1) A, B et A' sont des points non alignés.
   Les points A et A' sont symétriques par rapport au point O qui a été effacé.
   a) Détermine le point O.
   b) Construis B' symétrique de B par rapport à O.
   c) Décris le programme de construction et les instruments utilisés.
2) Sur lequel de ces dessins le point P' est-il le symétrique de P par la symétrie de centre A ?

3)

Fig.2

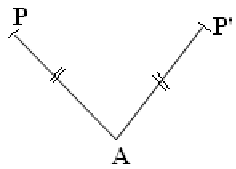


Fig.3

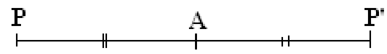
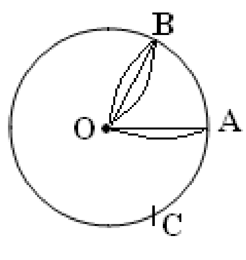


Fig .1

4) a) Construis un rectangle ABCD. Marque un point M à l'intérieur de ce rectangle.
   b) Construis les symétriques :
   - E de M par la symétrie de centre A,
   - F de M par la symétrie de centre B,
   - G de M par la symétrie de centre C,
   -H de M par la symétrie de centre D.
5) Construis un triangle ABC tel que AB = 4 cm et mes$\hat{A}$ = 60° et AC = 3 cm.
   Construis le triangle A'B'C' symétrique de ABC par rapport à C.
   Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{A'}$?
   Quelles sont les longueurs des segments [A'B'] et [A'C] ?
6) Construis un rectangle ABCD de 5 cm de longueur et 3 cm de largeur. Marque le point I, milieu du segment [AB] et le point O extérieur au rectangle ABCD.
   Construis les points P, Q, R et S symétriques respectifs par rapport à O des points A, B, C, et D.
   Quelle est la nature du quadrilatère PQRS ? Justifie ta réponse.
   En utilisant uniquement la règle non graduée, construis le milieu J du segment [PQ].
   Justifie ta construction.

7) Reproduis la figure ci-dessous en prenant OA = AB = AC = 4 cm.
   Complète la figure en construisant son symétrique par rapport à O.
   La figure obtenue a-t-elle un centre de symétrie ?



Chapitre 17 : Figures symétriques par rapport à une droite

Objectifs

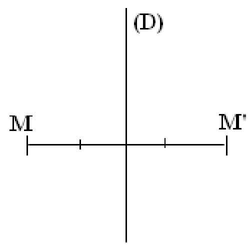
- Construire le symétrique d'une figure simple par rapport à une droite;
- reconnaître dans une configuration que deux figures sont symétriques par rapport à une droite ;
- utiliser les propriétés de la symétrie orthogonale pour justifier :
  - l'alignement des points,
  - le parallélisme de deux droites,
  - une égalité de distance,
  - une égalité angulaire,
  - qu'un point est le milieu d'un segment,
  - que deux droites sont perpendiculaires.

1 Points symétriques par rapport à une droite

Définition

(D) est une droite et M un point quelconque.

- *Si M n'appartient pas à (D), le symétrique du point M par rapport à (D) est le point M' tel que (D) est la médiatrice de [MM'].*
- *Si M appartient à (D), le symétrique du point M par rapport à (D) est le point M lui-même.*



Propriété

(D) est une droite et M un point n'appartenant pas à (D). M'est symétrique de M par rapport à (D) signifie :

$$\begin{cases} (D) \perp (MM') \\ I \text{ est intersection des droites } (D) \text{ et } (MM'), IM = IM' \end{cases}$$

Construction

Pour construire le symétrique M' d'un point M par rapport à la droite (D) :

- on trace la droite (D') perpendiculaire à (D) passant par M ;
- on marque le point I, intersection des droites (D) et (D') ;
- on marque le point de (D') tel que IM = IM'.

Exercices

1) Trace une droite (D).Marque un point A$\notin$ (D).

Construis le point B symétrique de A par rapport à (D).

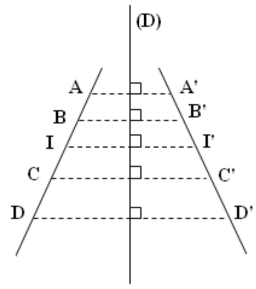
Que représente (D) pour le segment [AB] ?

2) [AB] est un segment tel que AB = 6cm.

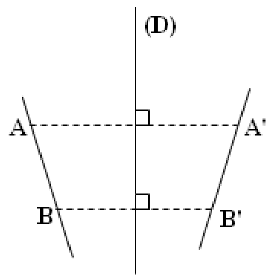
Construis la droite (D) telle que A et B sont symétriques par rapport à (D).

2 Propriétés

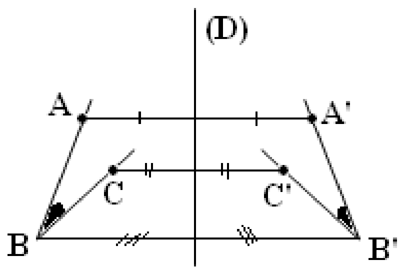
Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont des points alignés.



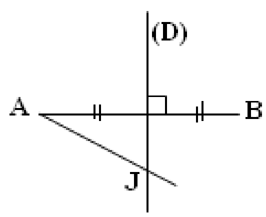
Le symétrique d'un segment [AB] par rapport à une droite est un segment [A'B'] de même longueur.



Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.



Exercice



Sur la figure ci – contre, que peux-tu dire des points A et B par rapport à (D) ?

Construis le symétrique du segment [AJ] par rapport à (D).

Quel est le symétrique de l'angle$\widehat{BAJ}$.

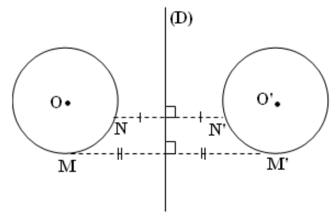
Si $\widehat{BAJ}$ = 40°, que vaut $\widehat{ABJ}$?

3 Symétriques de quelques figures

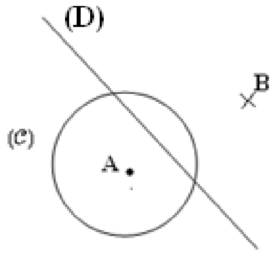
3.1 Symétrique d'un cercle

Propriété

Le symétrique d'un cercle (𝓒) de centre O et de rayon r par rapport à la droite (D) est le cercle (𝓒') de centre O' symétrique de O par rapport à (D) et de même rayon.



Exercice



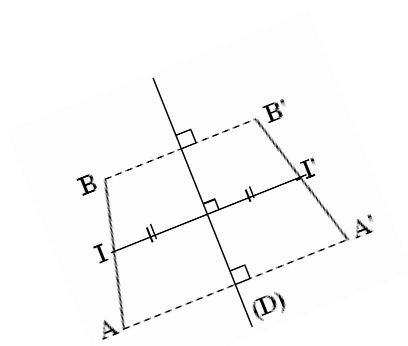
On donne le cercle (𝒞) de centre A, le point B et la droite (D).
Construis uniquement à l'aide du compas :
- le cercle symétrique de (𝒞) par rapport à la droite (D),
- le symétrique du point B par rapport à la droite (D).

3.2 Symétrique du milieu d'un segment

a)Construis deux segments [MN] et [M'N'] symétriques par rapport à une droite (D).
O est le milieu du segment [MN].
b) Construis le point O', symétrique de O par rapport à (D).
c) Que représente O' pour le segment [M'N'] ?

Propriété

Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à une droite est le milieu du symétrique de ce segment.



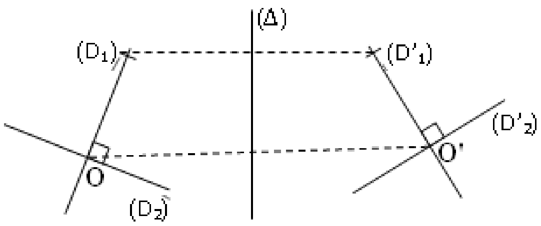
[AB]et [A'B'] sont symétriques par rapport à (D).
I milieu de [AB],
I' symétrique de I par rapport à (D),

alors I' milieu de [A'B'].

3.3 Symétriques de deux droites perpendiculaires

Propriété

Les symétriques de deux droites perpendiculaires par rapport à une droite sont deux droites perpendiculaires.

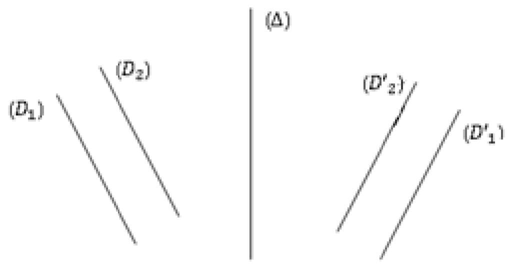


$(D_1) \perp (D_2)$
Si (D_1) *et* (D'_1) *symétriques par rapport à* (Δ),
(D_2) *et* (D'_2) *symétriques par rapport à* (Δ) *alors* $(D'_1) \perp (D'_2)$.

3.4 Symétriques de deux droites parallèles

Propriété :

Les symétriques de deux droites parallèles par rapport à une droite sont deux droites parallèles.



$(D_1) \parallel (D_2)$
Si (D_1) *et* (D'_1) *sont symétriques par rapport à* (Δ),
(D_2) *et* (D'_2) *symétriques par rapport à* (Δ)
alors $(D'_1) \parallel (D'_2)$.

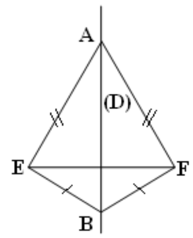
Exercice

Construis un rectangle ABEF.
Trace la droite (BF).
Construis les points A' et E', symétriques des points A et E par rapport à la droite (BF).
Le quadrilatère A'BE'F est-il un rectangle ? Justifie ta réponse.
Quelle est la nature du quadrilatère A'EE'A ? Justifie ta réponse.

Exercices

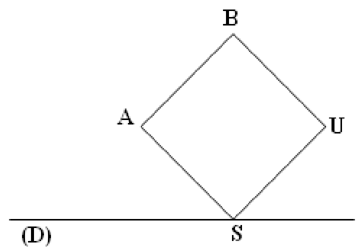
1) a) Construis un triangle ABC. Construis le symétrique D de A par rapport à la droite (BC).
   b) Construis le symétrique E de B par rapport à la droite (AC).
   c) Construis le symétrique F de C par rapport à la droite (AB).
   d) Quel est le symétrique du triangle ABC par rapport à :
   (BC) ? (AC) ? (AB) ?
2) On considère la figure ci-contre.
   a)Par la symétrie d'axe (D), quels sont les symétriques :
   - des points A, B, E, F ?
   - des segments [AB], [BE], [AF] et [EF] ?

- des triangles ABF, AEF ?



b) quels sont les polygones admettant la droite (D) pour axe de symétrie ?

3) La figure ci-contre est formée d'un carré ABUS et de le droite (D) qui passe par S.
Une droite (Δ) est telle que :
- le point U est son propre symétrique par rapport à (Δ) ;
- le symétrique S' du point S par rapport à (Δ) appartient à la droite (D).
Construis (Δ).
Construis les symétriques A'B'S' des points ABS par rapport à (Δ).
Quelle est la nature du quadrilatère A'B'US' ? Justifie ta réponse.



4) Marque trois points A, B et C. Les points A et C sont symétriques par rapport à un point I. Construis le point I.
Construis la droite parallèle à (AB) passant par I ; cette droite coupe (BC) en J.
Construis les points A' et I' symétriques respectifs des points A et I par rapport à (BC).
Quelles sont les droites symétriques des droites (AB) et (IJ) par rapport à (BC) ?
Explique pourquoi les droites obtenues sont parallèles ?
Compare les angles $\widehat{IJC}$et $\widehat{JBA}$. Cite un angle de même mesure que $\widehat{BAC}$.
5) Soit [Ox) et [Oy) deux demi-droites de même origine O.
   a) Construis la bissectrice [Oz) de l'angle $x\widehat{O}y$.
   b) Sur [Ox), on marque un point A et sur [Oy) un point B tel que OA = OB.
   Construis la médiatrice (Δ) de [AB].
   c) Que peux-tu dire de (Δ) par rapport à [Oz) ?

Chapitre 18 : Axe de symétrie d'une figure

Objectif

- Reconnaître qu'une figure admet un axe de symétrie et préciser cet axe.

1 Axe de symétrie d'une figure

Définition

Une figure admet une droite (Δ) pour axe de symétrie si elle est son propre symétrique par rapport à (Δ).

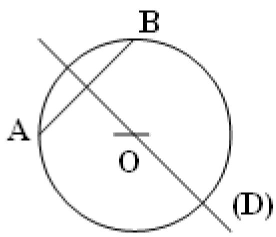
Le symétrique de chaque point de la figure par rapport à (Δ) est un point de la figure.

Exemple

($\mathcal{C}$) un cercle de centre O et (D) une droite passant par O. La droite (D) est un axe de symétrie du cercle.

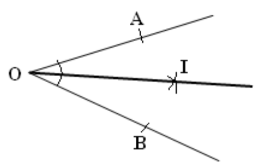
Si A ∈ ($\mathcal{C}$), le symétrique B de A par rapport à (D) est un point de ($\mathcal{C}$) car (D) est la médiatrice de [AB] et O ∈(D), OA = OB donc B∈ ($\mathcal{C}$).

($\mathcal{C}$)



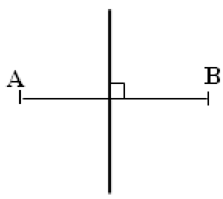
1.1 Bissectrice d'un angle

La bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.



1.2 Médiatrice d'un segment

La médiatrice d'un segment [AB] est l'axe de symétrie de ce segment.

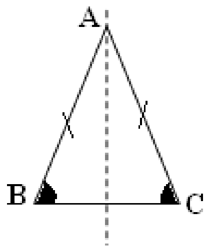


Exercice

- Trace un segment [AB]. Construis à la règle et au compas le point C tel que B soit le milieu de [AC].
- Construis au compas la médiatrice (Δ) de [AC].
- Explique pourquoi (Δ) passe par B.

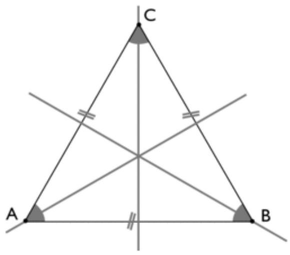
1.3 Triangles – Quadrilatères

- Un triangle ABC isocèle en A admet un axe de symétrie qui est la médiatrice de [BC].



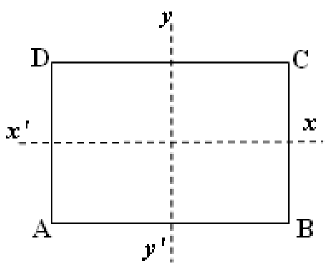
ABC est un triangle isocèle de sommet A.
AB = AC et
$\widehat{ABC} = \widehat{BCA}$.

- Un triangle équilatéral admet trois axes de symétrie qui sont les médiatrices des côtés du triangle.



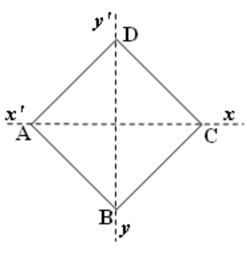
ABC est équilatéral :
AB = BC = AC et
$\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{BAC}$.

- Un rectangle admet deux axes de symétrie (les médiatrices des côtés).



(*xx'*) et (*yy'*) sont des axes
de symétrie du rectangle ABCD.

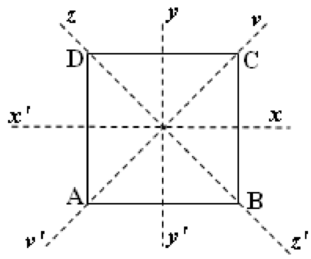
- Un losange admet deux axes de symétrie (support des diagonales)



(*xx'*) et (*yy'*) sont des axes
de symétrie losange ABCD.

- Un carré admet quatre axes de symétrie.

(xx'), (yy'), (uu') et (zz')
sont des axes de symétrie du carré
ABCD.



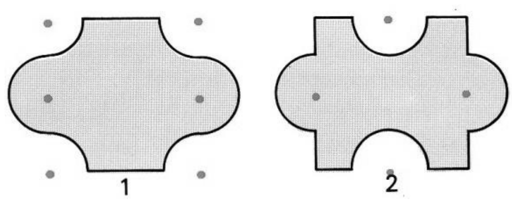
Exercice

- Construis un rectangle ABCD.
- Trace ses axes de symétrie ((xx') ⊥ (AB) ; (yy') ⊥ (AD)).
- En utilisant le fait que (xx') et (yy') sont des axes de symétrie, démontre que :
  a) (xx') et (yy') se coupent au point O de rencontre de diagonales.
  b) OA = OB = OC = OD.

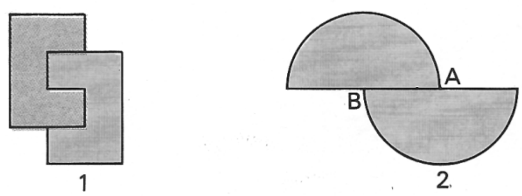
Exercices

1) Reproduis les figures suivantes (soit en construisant, soit en décalquant) puis construis les axes et centres de symétrie s'ils existent :

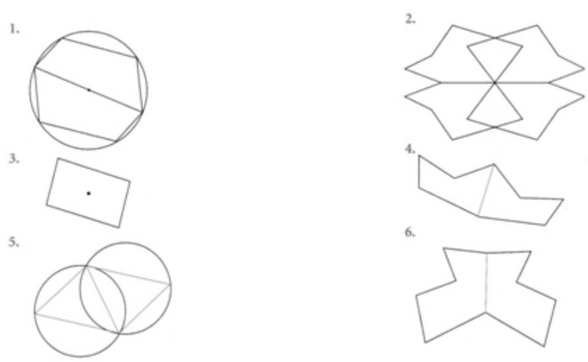
a)



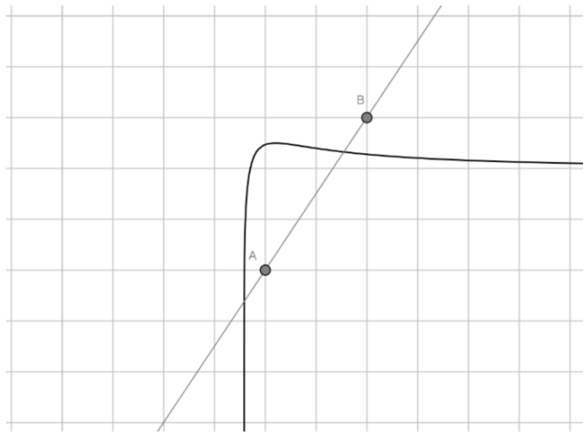
b)



2) Pour chacune des figures 1 à 6, construis les axes et centres de symétrie de la figure s'ils existent :

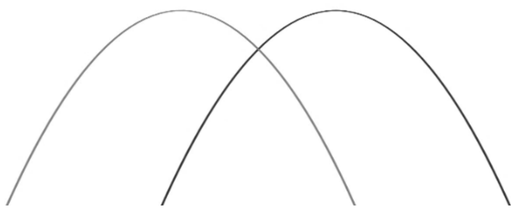


3) Dessine le symétrique par rapport à la droite (AB) de la figure ci-dessous.



4) Les deux figures ci-dessous sont symétriques par rapport à une droite (L) qui a été effacée :

Redessine cet axe de symétrie.



Chapitre 19 : Angles complémentaires, supplémentaires et opposés par le sommet

Objectifs

- Sur une configuration, reconnaître :
  - des angles supplémentaires,
  - des angles complémentaires,
  - des angles opposés par le sommet,
  - des angles alternes-internes, les angles correspondants et les angles alternes externes ;
- calculer les mesures d'angles ;
- justifier une égalité d'angles en utilisant la propriété des angles opposés par le sommet.

1 Angles supplémentaires, complémentaires

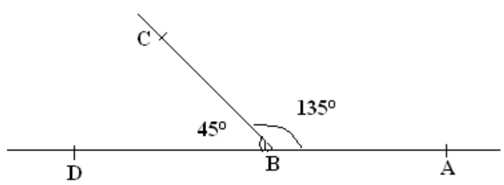
1.1 Angles supplémentaires

Définition

Deux angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBD}$ sont supplémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 180°.

$mes\widehat{ABC} + mes\widehat{CBD} = 180°$.

Sur la figure ci-dessous, $\widehat{ABC}$ est un angle supplémentaire à l'angle $\widehat{CBD}$.



Exercices

1) Parmi les angles suivants, indique ceux qui sont supplémentaires :
   30° ; 120° ; 42° ; 60° ; 48° ; 150° ; 138°.

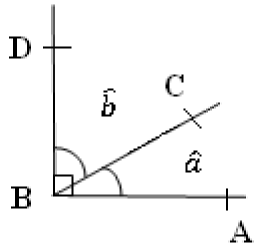
2) Les angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont supplémentaires. Complète le tableau suivant :

$mes\hat{a}$		57°		115°	
$mes\hat{b}$	12°		90°		121,8°

1.2 Angles complémentaires

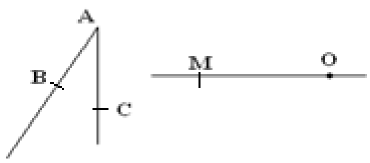
Définition

Deux angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont complémentaires si $mes\hat{a}$ + $mes\hat{b}$ = 90°.
Sur la figure ci-contre, $\hat{a}$ est un angle complémentaire à $\hat{b}$.



Exercices

1) Avec ton rapporteur, construis deux angles adjacents $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBD}$ tels que :
   $mes\widehat{ABC}$ = 20° et $mes\widehat{CBD}$ = 70°.
   Calcule $mes\widehat{ABC}$+ $mes\widehat{CBD}$.
   Que peux-tu dire des droites (AB) et (BD) ?
2) On donne l'angle $\widehat{ABC}$ et la demi-droite [OM).
   Construis sans rapporteur un angle $\widehat{MON}$ complémentaire à $\widehat{ABC}$.



3) Parmi les angles suivants, indique les angles qui sont complémentaires et les angles qui sont supplémentaires :
   134° ; 27° ; 18° ; 73° ; 46° ; 72° ; 8°.

2 Angles opposés par le sommet

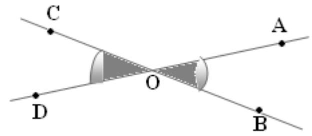
Activité 3

a) Construis un angle $\widehat{AOB}$.

b) Construis le symétrique $\widehat{A'OB'}$.de l'angle $\widehat{AOB}$ par rapport au sommet O.

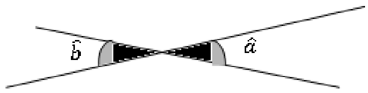
a) Compare les mesures des l'angles$\widehat{AOB}$et $\widehat{A'OB'}$. Justifie.

Définition

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles dont les côtés de l'un sont des demi-droites opposées aux côtés de l'autre.	 *Sur la figure ci-dessus, les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet O. Les angles $\widehat{COA}$ et $\widehat{DOB}$ sont opposés par le même sommet O.*

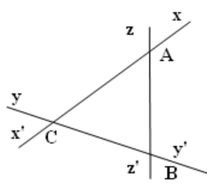
Propriété

Deux angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ opposés par le sommet ont la même mesure :
$mes\hat{a} = mes\hat{b}$.

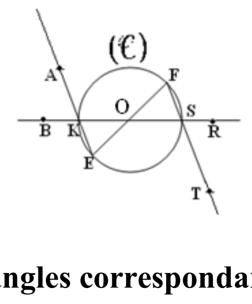


Exercices

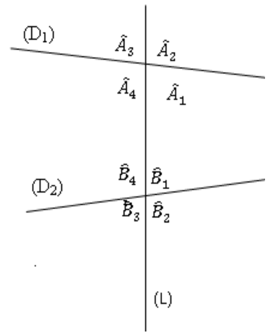
1) Sur la figure ci-dessous, cite des angles opposés par le sommet.



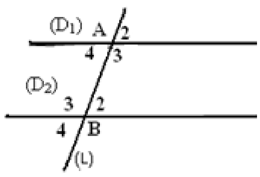
2) [KS] et [EF] sont deux diamètres du cercle $(\mathcal{C})$ de centre O.
   Compare les mesures des angles $\widehat{AKB}$ et $\widehat{RST}$. Justifie.



3 Angles alternes-internes, angles correspondants et angles alternes externes

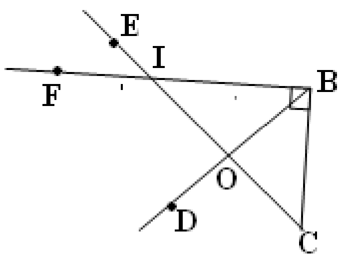
Les droites (D_1) et (D_2), coupées par la sécante (L) forment des angles $\hat{A}_1$; $\hat{A}_2$; $\hat{A}_3$; $\hat{A}_4$; $\hat{B}_1$; $\hat{B}_2$; $\widehat{B}_3$ et $\hat{B}_4$. Examine attentivement et décris la position des angles $\hat{A}_4$ *et* $\hat{B}_1$; $\hat{A}_1$ et $\hat{B}_2$; $\hat{A}_2$ et $\widehat{B}_3$ relativement aux droites (D_1), (D_2) et (L). Les angles $\hat{A}_4$ et $\hat{B}_1$ sont appelés angles alternes-internes. De même, les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{B}_2$ sont appelés des angles correspondants. Les angles $\hat{A}_2$ et $\widehat{B}_3$ sont appelés des angles alternes-externes	

Exercice
Sur la figure ci-dessous, cite l'angle correspondant à $\hat{A}_2$, l'angle alterne-interne à $\hat{A}_4$, l'angle opposé par le sommet $\hat{B}_3$ l'angle alterne-externe à $\hat{A}_1$.



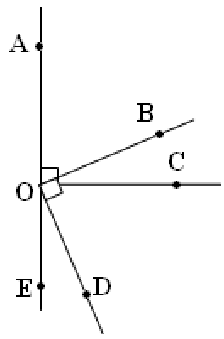
Exercices

1) Cite :
   - deux angles supplémentaires ;
   - deux angles complémentaires ;
   - deux angles opposés par le sommet.



2) Construis deux angles supplémentaires tels que la mesure de l'un vaut trois fois celle de l'autre.
3) On donne $mes\hat{a}$ = 58°. Calcule la mesure des angles$\hat{b}$, $\hat{c}et$ $\hat{d}$ sachant que :
   - $\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont complémentaires ;
   - $\hat{b}$ et $\hat{c}$ sont supplémentaires ;
   - $\hat{c}$ et $\hat{d}$ sont opposés par le sommet.
4) Examine la figure ci-contre.
   Nomme les angles complémentaires.
   Nomme les angles supplémentaires

Justifie tes réponses.



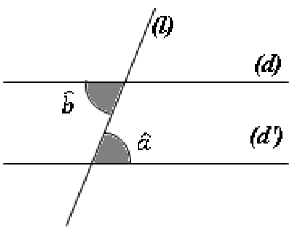
Chapitre 20 : Angles formés par deux droites parallèles et une droite sécante

Objectif

- Utiliser les propriétés des angles formés par deux droites parallèles et une droite sécante pour :
    - justifier une égalité angulaire ;
    - trouver une mesure d'angle ;
    - justifier que deux droites sont parallèles.

1 Propriétés des angles formés par deux droites parallèles et une sécante

Propriété 1

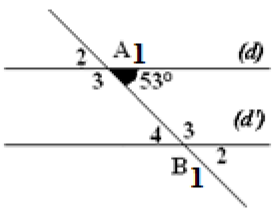


Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont même mesure.

$\hat{a}$ et $\widehat{b}$ sont deux angles alternes-internes.

Si (d)‖(d') alors $mes\hat{a}= mes\hat{b}$.

Exercice



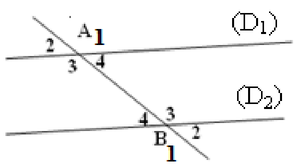
Les droites (d) et (d') sont parallèles.

Complète : $mes\hat{A}_1$= ... ; $mes\hat{B}_3$ = … ; $mes\hat{B}_4$= … ;
$mes\hat{B}_1$= … ; $mes\hat{A}_3$ = …

(D_1) et (D_2) sont deux droites parallèles et(AB), une sécante à (D_1) et (D_2).

a) Cite des angles correspondants.

b) Justifie que les angles $\hat{A}_4$ et $\hat{B}_2$ sont égaux.



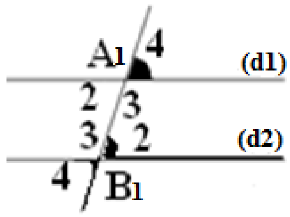
Propriété 2

Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont même mesure.

$\hat{A}_4$ et $\hat{B}_2$ sont des angles correspondants.

Si (d) ∥ (d'), alors $mes\hat{A}_4 = mes\hat{B}_2$.

(Donner une indice i à A et à B, les i allant de 1 à 4)



Exercice

Construis un triangle ABC. Trace la droite (D) passant par le sommet A et parallèle à (BC).

Numérote les angles des sommets A, B et C.

Trouve les angles de la figure qui ont même mesure. Justifie tes réponses..

Propriété 3

Si deux angles alternes-externes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont même mesure.

$\hat{A}_2$ et $\hat{B}_4$ sont des angles alternes-externes.

Si (d) ∥ (d') alors $mes\hat{A}_2 = mes\hat{B}_4$.

2 Utilisation des angles pour reconnaître des droites parallèles

2.1 Utilisation des angles alternes-internes

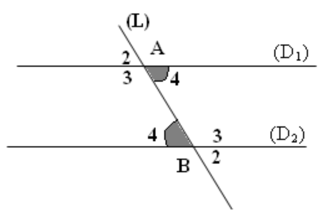
On admet la propriété suivante :

Propriété 1

Si deux droites forment avec une sécante deux angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.

$\hat{A}_4$ et $\hat{B}_4$ sont des angles alternes-internes.

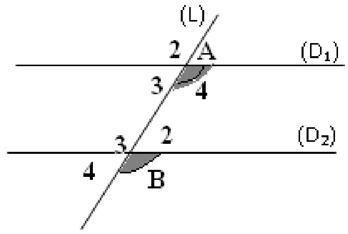
Si $mes\hat{A}_4 = mes\hat{B}_4$, alors $(D_1) \parallel (D_2)$



2.2 Utilisation des angles correspondants

On admet la propriété suivante :

Propriété 2

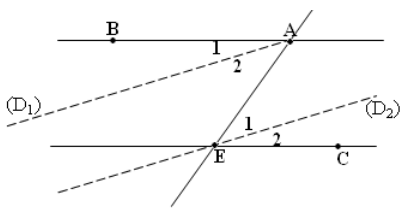


Si deux droites forment avec une sécante deux angles correspondants de même mesure, alors elles sont parallèles.
$\hat{A}_4$ et $\hat{B}_4$ sont des angles correspondants.
$Si\ mes\hat{A}$ = $es\hat{B}$, alors $(D_1) \parallel (D_2)$.

Exercices

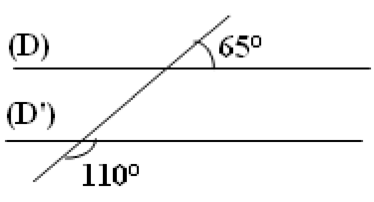
1) Trace deux droites (D_1) et (D_2) coupées par une sécante (D_3) qui déterminent deux angles correspondants de 60° et 61°.
   Les droites (D_1) et (D_2) sont-elles parallèles ? Justifie.

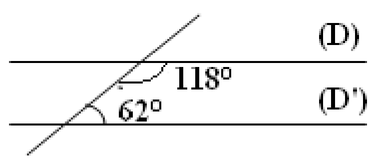
2) (AB) et (CE) sont des droites parallèles. (D_1) et (D_2) sont des bissectrices respectives des angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{AEC}$.
   Justifie que les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$, $\hat{E}_1$ et $\hat{E}_2$ ont la même mesure.
   Que peux-tu conclure pour les droites (D_1) et (D_2) ?



Exercices

1) Dans les deux cas ci-dessous, les droites (D) et (D') sont-elles parallèles ?





2) Parmi les figures suivantes, certaines comportent des erreurs ou des contradictions. Lesquelles ?

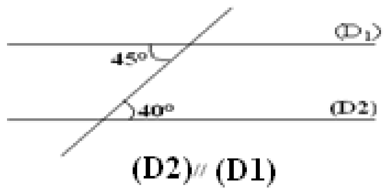


Fig.a

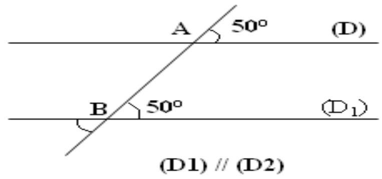


Fig.b

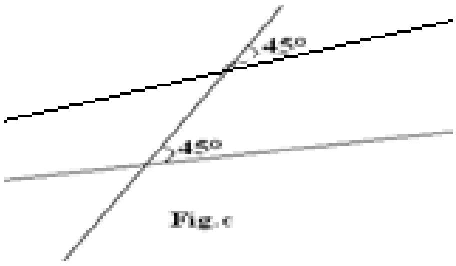


Fig.c

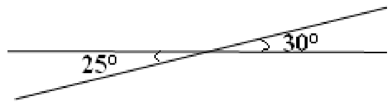


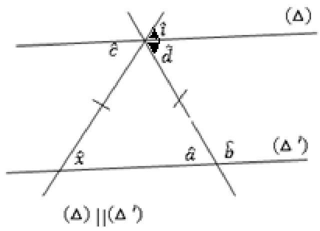
Fig.d

3) a) Construis un rectangle ABCD. Trace la bissectrice de l'angle $\hat{A}$; elle coupe la droite (DC) en E. Trace la bissectrice de l'angle $\hat{C}$; elle coupe la droite (AB) en F.

b) quelles sont les mesures des angles $\widehat{DAE}$; $\widehat{AED}$; $\widehat{DCF}$?

c) que peux-tu dire de la position des droites (AE) et (CF) ? Explique ta réponse.

4) a) Reproduis ce dessin.



b) Mesure l'angle x au rapporteur.

c) Déduis-en les mesures des angles $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ et $\hat{\imath}$ en justifiant.

d) Que peux-tu dire de la droite (△) pour l'angle coloré ?

5) Construis un rectangle ABCD tel que AB = 2 et AD = 6. Construis les bissectrices des angles $\hat{A}$ et$\hat{B}$. Marque le point E, intersection de ces deux bissectrices. Justifie que ces bissectrices sont perpendiculaires.

Chapitre 21 : PPCM de deux nombres entiers naturels PGCD de deux nombres entiers naturels

Objectifs

- Calculer le PPCM de deux nombres entiers naturels ;
- calculer le PGCD de deux nombres entiers naturels.

1 Plus petit commun multiple de deux nombres entiers naturels

Définition

On appelle plus petit commun multiple des nombres entiers naturels non nuls a *et* b *noté PPCM (a, b) le plus petit élément non nul commun aux multiples de* a *et* b.

Exercice

Calcule en utilisant les multiples communs le PPCM des nombres a et b suivants:

a = 18 et b = 30 ; a = 12 et b = 35 ; a = 12 et b = 15 ; a = 75 et b = 375.

2 Recherche du plus petit commun multiple de deux nombres entiers naturels

Règle

Le PPCM de deux nombres entiers naturels non nuls $\boldsymbol{a}$ ***et*** $\boldsymbol{b}$ *s'obtient en faisant le produit de tous les facteurs premiers qui figurent dans l'une au moins des factorisations prem***ières de** $\boldsymbol{a}$ ***et*** $\boldsymbol{b}$**, chacun de ces facteurs premiers étant affecté du plus grand exposant**.

Exercice

Calcule le PPCM de :

20 et 60 ; 168 et 588.

Propriétés

1) *Si le nombre entier naturel non nul* $\boldsymbol{a}$ *est un multiple du nombre entier naturel*$\boldsymbol{b}$*, le PPCM* $(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}$.
2) *Si* $\boldsymbol{a}$ ***et*** $\boldsymbol{b}$ *sont deux nombres entiers naturels premiers, leur PPCM est égal à leur produit.*

Exercice

Calcule le PPCM de 15 et 90, puis le PPCM de 7 et 19.

3 Plus grand commun diviseur de deux nombres entiers naturels

Règle

Le plus grand commun diviseur de deux nombres entiers naturels non nuls a et b noté PGCD (a, b) s'obtient en faisant le produit de tous les facteurs premiers communs à la décomposition de $\boldsymbol{a}$ *et à celle de* $\boldsymbol{b}$.

Chacun des facteurs premiers est affecté du plus petit exposant avec lequel il figure dans ces décompositions.

Exercice

Calcule le PGCD des nombres :

28 et 35 ; 15 et 56 ; 18 et 54 ; 40 et 70 ; 60 et 72.

Remarque

$\boldsymbol{a}$ ***et*** $\boldsymbol{b}$ sont deux nombres entiers naturels non nuls.

Si PGCD de $\boldsymbol{a}$ ***et*** $\boldsymbol{b}$ est égal à 1, on dit que $\boldsymbol{a}$ ***et*** $\boldsymbol{b}$ *sont premiers* entre eux.

Attention !

Ne pas confondre un nombre entier naturel premier et deux nombres entiers naturels premiers entre eux.

Exemple

Les entiers naturels 24 et 35 ne sont pas premiers.

PGCD de 24 et 35 est égal à 1 donc 24 et 35 sont premiers entre eux.

Propriétés

1) *Si le nombre entier naturel non nul a est un diviseur du nombre entier naturel non nul* $\boldsymbol{b}$, *le PGCD de a et b est égal à* $\boldsymbol{a}$.
2) *Si* $\boldsymbol{a}$ **et** $\boldsymbol{b}$ *sont deux nombres premiers, leur PGCD est égal à 1.*

Exemples

1) PGCD de 36 et 108 est égal à 36 car 36 est un diviseur de 108.
2) PGCD de 11 et 31 est égal à 1 car 11 et 31 sont des nombres premiers.

Exercices

1) Trouve le PPCM des nombres entiers naturels a *et* b dans chacun des cas suivants :

   $a = 22$ x 3 x 5 et b = 32 x 52 x 2.

   a = 4 x 21 et b = 5 x 9 x 7.
2) Calcule le PPCM des nombres entiers naturels suivants :
   96 et 144 ; 450 et 690 ; 256 et 369 ; 948 et 792.
3) On donne trois entiers naturels a, b *et* c : a = 60; b = 90; c = 150.
   - $a = 90;$ $b = 105;$ $c = 294$; $a = 385;$ $b = 625;$ $c = 1\,815.$

   a) Décompose chacun des nombres en produits de facteurs premiers.

   b) Détermine pour chaque cas le PPCM k de a, b *et* c.

   c) Calcule les quotients entiers exacts : $k : a;$ $k : b;$ $k : c$.
4) Calcule le PGCD de a et b dans les cas suivants :

   $a = 36;$ $b = 60.$

   $a = 841;$ $b = 116.$

   $a = 297;$ $b = 495.$
5) On donne deux nombres entiers naturels a *et* b :

   $a = 42$; $b = 56.$

   $a = 76$; $b = 57.$

   $a = 364;$ $b = 416.$

   a) Décompose a *et* b en produits de facteurs premiers.

   b) Détermine le PGCD d de a et b.

   c) Calcule les quotients exacts de : $a : d$; $b : d$.

   d) Vérifie que ces quotients exacts sont premiers entre eux.

Chapitre 22 : Simplification d'une fraction : les fractions irréductibles

Objectifs

- Utiliser la décomposition en produits de facteurs premiers pour simplifier une fraction ;
- rendre irréductible une fraction en utilisant le PGCD;
- reconnaître une fraction irréductible.

1 Simplification des fractions

Règle

Simplifier une fraction, c'est la remplacer par une fraction égale à la fraction donnée en divisant le numérateur et le dénominateur par un ou plusieurs diviseurs communs différents du nombre 1.

Exercices

1) simplifie chacune des fractions suivantes :
   $\frac{81}{72}$; $\frac{15}{25}$; $\frac{75,8}{21}$; $\frac{35}{14}$; $\frac{1323}{3131}$.
2) Peux-tu écrire le quotient de $\frac{17}{9}$ sous la forme d'une fraction :
   a) dont le dénominateur soit 18 ?
   b) dont le dénominateur soit 45 ?
   c) dont le numérateur soit 85 ?

2 Fractions irréductibles

Remarques

. Une fraction est irréductible lorsque 1 est l'unique diviseur commun au numérateur et au dénominateur.

. Rendre irréductible une fraction, c'est la remplacer par la fraction irréductible qui lui est égale.

Exemples

1) par simplifications successives :
   on a : $\frac{72}{64} = \frac{36}{32} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$.
   $\frac{8}{9}$ est une fraction irréductible.
2) Par décompositions en produits de facteurs premiers :
   On a : 840 = 5 x 2 x 7 x 12 et 455 = 5 x 7 x 13.
   $\frac{840}{455} = \frac{5 \times 2 \times 7 \times 12}{5 \times 7 \times 13} = \frac{2 \times 12}{13} = \frac{2\ 4}{13}$.
   $\frac{2\ 4}{13}$ est une fraction irréductible.
   La fraction $\frac{8\ 40}{455}$ a été simplifiée par 5 x 7 = 35 ; c'est le plus grand commun diviseur (PGCD) de 840 et 455.

Exercices

1) Parmi les fractions suivantes, entoure celles qui sont irréductibles. Justifie ton choix.
   $\frac{16}{49}$; $\frac{5}{351}$; $\frac{6}{75}$; $\frac{87}{32}$.
2) Pour chacun des nombres décimaux ci-dessous, trouve une fraction décimale qui lui est égale, puis rend-la irréductible :

0,85 ; 2,75 ; 5,3 ; 0,14 ; 75,8.

Propriété

Pour rendre irréductible une fraction, on peut décomposer son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers, puis on simplifie.

Le nombre par lequel on simplifie une fraction pour le rendre irréductible est le plus grand commun diviseur (PGCD) du numérateur et du dénominateur de cette fraction.

Exercice

Utilise la décomposition en produits de facteurs premiers pour simplifier chacune des fractions ci-dessous :

$\frac{300}{504}$; $\frac{120}{772}$; $\frac{345}{30}$; $\frac{3465}{1050}$.

Exercices

1) Ecris chacune des fractions suivantes sous forme d'une fraction irréductible :
   $\frac{3,6}{2,4}$; $\frac{25,6}{22,4}$; $\frac{352}{429}$; $\frac{735}{285}$.
2) Justifie que chacune des fractions suivantes est irréductible :
   $\frac{56}{33}$; $\frac{7}{25}$; $\frac{21}{79}$; $\frac{28}{13}$; $\frac{33}{56}$.
3) Simplifie les fractions suivantes :
   $\frac{42}{66}$; $\frac{60}{48}$; $\frac{450}{715}$; $\frac{162}{92}$; $\frac{13}{91}$.
4) Décompose en produits de facteurs premiers les nombres entiers naturels suivants :
   420 ; 792 ; 525 ; 630 ; 3 360.
5) Par décomposition en produits de facteurs premiers, rends les fractions suivantes irréductibles :
   $\frac{420}{300}$; $\frac{130}{490}$; $\frac{1313}{3131}$; $\frac{1515}{5151}$; $\frac{21175}{35035}$.
6) Donne une écriture fractionnaire de chacun des nombres A, B, C.et simplifie si possible :
   A = 23 : 7,1   B = (21 + 6) : 7   C = 42 x 6 : 13
   a) A = 5,6 :0,8   B = 29,5 : (18 + 4)   C = (23 + 4) : (18 – 5).

Chapitre 23 : Comparaison de fractions

Objectifs

- Ranger des fractions de même dénominateur;
- ranger des fractions de même numérateur ;
- comparer des fractions de dénominateurs différents ;
- comparer des fractions au nombre 1;
- écrire une fraction comme somme de sa partie entière et d'une fraction ;
- encadrer une fraction par deux nombres décimaux.

1 Comparaison des fractions de même dénominateur

Propriété

Si deux fractions ont le même dénominateur, alors la plus petite fraction est celle qui a le plus petit numérateur.

A, b, k (k non nul) sont trois nombres entiers naturels.

Si $a < b$, alors $\frac{a}{k} < \frac{b}{k}$.

Si $\frac{a}{k} < \frac{b}{k}$ alors $a < b$.

Exercice

Compare les fractions suivantes :

a) $\frac{4}{11}$ et $\frac{7}{11}$; b) $\frac{17}{9}$ et $\frac{15}{9}$; c) $\frac{35}{13}$, $\frac{85}{13}$, $\frac{79}{13}$ et $\frac{29}{13}$.

Méthode de comparaison de fractions

Pour comparer deux fractions quelconques, on peut les réduire au même dénominateur et utiliser alors la propriété énoncée ci-dessus.

Exercice

Compare les fractions suivantes :

a) $\frac{6}{7}$ et $\frac{8}{5}$; b) $\frac{8}{7}$ et $\frac{3}{5}$; c) $\frac{8}{18}$, $\frac{14}{21}$ et $\frac{5}{10}$.

2 Comparaison de fractions de même numérateur

Activité 2

Compare $\frac{12}{19}$ et $\frac{12}{9}$.

Propriété

Si deux fractions ont un même numérateur, alors la plus petites fraction est celle qui a le plus grand dénominateur.

a, b et c sont trois nombres entiers naturels tels que b et c non nuls:

$\frac{a}{b}$ et $\frac{a}{c}$ sont deux fractions.

Si $b < c$, alors $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$.

Si $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$, alors $b < c$.

Exemples

1) Compare : $\frac{15}{37}$ et $\frac{15}{51}$.

Comme $37 < 51$ alors $\frac{15}{51} < \frac{15}{37}$.

2) Range par ordre croissant : $\frac{1}{6} < \frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ car $6 > 5 > 4 > 3$

Exercices

1) Compare les fractions suivantes :
$\frac{12}{5}$ et $\frac{12}{7}$; $\frac{7}{5}$ et $\frac{7}{4}$; $\frac{25}{10}$ et $\frac{25}{7}$.
2) Calcule la partie entière des fractions suivantes, puis écris-les comme somme de leur partie entière et d'une fraction :
$\frac{30}{17}$; $\frac{15}{6}$; $\frac{42}{8}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{126}{11}$; $\frac{33}{18}$.
3) Compare les fractions suivantes en utilisant les signes< ou > qui convient.
$\frac{17}{5}$ et $\frac{32}{7}$; $\frac{16}{3}$ et $\frac{11}{4}$; $\frac{18}{7}$ et $\frac{9}{8}$; $\frac{53}{5}$ et $\frac{78}{7}$.

3 Comparaison d'une fraction au nombre 1

Propriété

- Si dans une fraction le numérateur est plus petit que le dénominateur, alors la fraction est plus petite que 1.

- Si dans une fraction le numérateur est égal au dénominateur, alors la fraction est égale à 1 ;

- Si dans une fraction le numérateur est plus grand que le dénominateur, alors la fraction est plus grande que 1.

a et b sont deux nombres entiers naturels et b est non nul.

Si $a < b$, alors $\frac{a}{b} < 1$; Si $a = b$, alors $\frac{a}{b} = 1$; Si $a > b$, alors $\frac{a}{b} > 1$.

Exemple

$\frac{4,5}{8} < 1$; $\frac{7,2}{7,2} = 1$; $\frac{8}{2,1} > 1$.

Exercices

1) Compare chacune des fractions suivantes au nombre 1:
$\frac{57}{61}$; $\frac{143}{137}$; $\frac{123}{121}$; $\frac{122}{99}$; $\frac{375}{413}$.
2) Compare les fractions suivantes :
$\frac{23}{21}$ et $\frac{21}{23}$; $\frac{311}{256}$ et $\frac{199}{203}$; $\frac{65}{407}$ et $\frac{122}{88}$; $\frac{413}{375}$ et $\frac{121}{123}$.

4 Ecriture de $\frac{a}{b}$ sous la forme $q + \frac{r}{b}$ (avec $r < b$)

Propriété

a, b, q et r sont des nombres entiers naturels, b non nul et $a > b$.

Chaque fraction $\frac{a}{b}$ peut s'écrire sous la forme de $q + \frac{r}{b}$ où q est le quotient et r est le reste de la division de a par b.

Exercices

1) Encadre chacune des fractions suivantes par deux nombres décimaux consécutifs ayant deux chiffres après la virgule :

$\frac{19}{11}$; $\frac{17}{6}$; $\frac{13}{5}$; $\frac{2}{3}$.

Sur la droite graduée, marque le mieux possible les points M, N, O et P ayant respectivement pour abscisse $\frac{19}{11}$; $\frac{17}{6}$; $\frac{13}{5}$; $\frac{2}{3}$.

2) Range dans l'ordre croissant les nombres suivants :
$\frac{37}{11}$, $\frac{10}{3}$ et 3,5.

3) Ecris l'égalité qui indique que 5 est le quotient entier de la division de 17 par 3.
Complète : $\frac{17}{3} = 5 + \frac{}{}$

5 Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux

Propriété

Toute fraction peut être encadrée par deux décimaux relatifs consécutifs.

Exemple

La fraction $\frac{8}{7}$ vaut 1,14 avec deux chiffres après la virgule.

On peut écrire : $1{,}14 < \frac{8}{7} < 1{,}15$.

Exercice

Range dans l'ordre croissant les fractions suivantes :

$\frac{1,3}{3}$; $\frac{1,3}{4}$; $\frac{1,3}{0,3}$; $\frac{1,3}{0,4}$.

Exercices

1) Compare les fractions suivantes :
$\frac{4}{11}$ et $\frac{7}{11}$; $\frac{17}{9}$ et $\frac{15}{9}$; $\frac{12}{7}$ et $\frac{22}{7}$; $\frac{24}{15}$ et $\frac{24}{36}$; $\frac{13}{17}$ et $\frac{5}{21}$.

2) Compare chacune des fractions suivantes au nombre 1 :
$\frac{12}{9}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{60}{85}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{3,5}{2,7}$; $\frac{1,2}{1,8}$.

3) Ecris sous la forme $q + \frac{r}{b}$ (q, r et b étant des nombres entiers naturels, b non nul et $r <$ b), chacune des fractions suivantes, puis range-les dans l'ordre croissant :
$\frac{16}{5}$; $\frac{8}{3}$; $\frac{12}{10}$; $\frac{17}{5}$; $\frac{87}{38}$.

4) Sans réduire au même dénominateur, compare les fractions suivantes :
$\frac{13}{27}$ et $\frac{39}{37}$; $\frac{199}{203}$ et $\frac{311}{256}$; $\frac{1993}{1994}$ et $\frac{1994}{1993}$.

5) a)- Donne deux valeurs approchées à 0,01 près des fractions $\frac{7}{8}$ et $\frac{9}{8}$. En déduire la plus grande des deux fractions.

b) Détermine un encadrement à deux décimales près de ces deux fractions par deux décimaux consécutifs.

c) Quelle approximation choisir pour comparer $\frac{22}{7}$ et $\frac{355}{113}$?

Chapitre 24 : Somme et différence de fractions

Objectifs

- Additionner, soustraire des fractions ayant un même dénominateur;
- réduire des fractions au même dénominateur ;
- additionner, soustraire des fractions ayant des dénominateurs différents.

1 Fractions ayant un même dénominateur

Pour soigner ses deux enfants atteints de paludisme, Mariam a acheté une plaquette composée de 12 comprimés de Nivaquine.

Elle administre 3 à Nelly et 4 à Fati.

a) Quelle fraction de la plaquette a avalée Nelly ? Et Fati ?

b) Quelle fraction de la plaquette sont-elles avalée à deux ?

Calcule : $\frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \ldots.$

c) Quelle fraction de la plaquette représente :

- ✓ la plaquette toute entière ?
- ✓ ce qui n'a pas été avalé ?

Calcule : $\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \ldots.$

Règle

1) $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ *,* $\boldsymbol{k}$ *désignent des nombres entiers naturels et* $\boldsymbol{k}$ *non nul.*

$$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$$

2) a, b *et* k *désignent des nombres entiers naturels,* $\boldsymbol{k}$ *non nul et* $\boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{b}$.

$$\frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k} .$$

Remarque

Lorsque a, b k désignent des *nombres décimaux*, et k non nul, on a encore : $\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$.

Exemples :

1) $\frac{4}{5} + \frac{7}{5} = \frac{4+7}{5} = \frac{4+7}{5} = \frac{11}{5}$.

2) $\frac{15}{8} - \frac{5}{8} = \frac{15-5}{8} = \frac{10}{8}$.

3) $\frac{2,5}{4} + \frac{7,2}{4} = \frac{2,5+7,2}{4} = \frac{9,7}{4}$.

Exercice

Calcule :

$\frac{34}{18} + \frac{17}{18}$; $\frac{43}{35} + \frac{12}{35}$; $\frac{29}{15} - \frac{4}{15}$; $\frac{73}{27} - \frac{46}{27}$; $\frac{2,9}{46} + \frac{1,1}{46}$; $\frac{115}{7,6} + \frac{36}{7,6}$; $\frac{3,9}{24} - \frac{2,3}{24}$.

2 Fractions ayant des dénominateurs différents

Réduire les fractions au même dénominateur

Réduis au même dénominateur et calcule :

$\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$; $\frac{7}{5} - \frac{3}{10}$; $\frac{7}{6} + \frac{3}{4}$; $\frac{7}{12} - \frac{3}{4}$.

Règle

Pour réduire les fractions au même dénominateur, on peut choisir comme dénominateur commun le PPCM de leurs dénominateurs.

Exercice

Réduis au même dénominateur les fractions suivantes :

$\frac{5}{4}$ et $\frac{1}{12}$; $\frac{7}{36}$ et $\frac{5}{9}$; $\frac{7}{8}$ et $\frac{5}{12}$; $\frac{7,3}{8}$ et $\frac{2,5}{12}$; $\frac{22}{3}$et $\frac{7}{8}$.

Somme et différence de deux fractions

Règle

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions, on les réduit au même dénominateur et on calcule la somme (ou la différence) des deux fractions de même dénominateur.

Exercice

Calcule :

$\frac{3}{20}+\frac{2}{5}$; $\frac{7}{36}-\frac{5}{9}$; $\frac{5}{3}+\frac{5}{24}+\frac{5}{8}$; $\frac{13}{20}+\frac{7}{4}$; $3+\frac{7}{16}$; $1+(\frac{1}{2}-\frac{3}{5})$.

Exercices

1) Calcule :
   $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$; $\frac{21}{24}+\frac{8}{24}$; $\frac{1}{3}+\frac{3}{3}+\frac{5}{3}$; $\frac{3}{20}+\frac{5}{20}+\frac{9}{20}$; $2+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$.
2) Calcule :
   $\frac{7}{12}-\frac{3}{12}$; $\frac{49}{3}-\frac{18}{3}$; $1-\frac{3}{5}$; $\frac{604}{30}-\frac{193}{30}$; $\frac{7}{8}-(\frac{5}{8}+\frac{1}{8})$.
3) Calcule :
   a) $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$;
   b) $\frac{5}{13}+\frac{7}{11}+\frac{8}{13}+\frac{4}{11}$.
4) Simplifie, puis calcule les fractions suivantes :
   a) $\frac{21}{45}+\frac{28}{60}$; b) $\frac{26}{12}-\frac{3}{18}$; c) $\frac{78}{40}-\frac{75}{100}$; d) $\frac{10}{24}+\frac{3}{36}$.
5) Un champ rectangulaire a pour dimensions $\frac{3}{4}$ de km et $\frac{5}{8}$ de km.
   a) Quelle est en mètres la longueur et la largeur ?
   b) Calcule le périmètre du champ en fraction de km, puis en mètres.
   c) Calcule l'aire du champ en fraction de km^2, puis en fraction d'hectare et en ares.

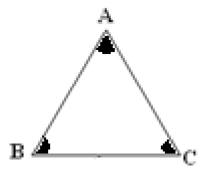
Chapitre 25 : Angles dans un triangle

Objectifs

- Calculer la mesure d'un angle dans un triangle connaissant la mesure de deux de ses angles;
- construire un triangle connaissant la mesure d'un côté et la mesure de deux angles;
- construire un triangle connaissant les longueurs de deux de ses côtés et la mesure de l'angle compris entre ces côtés ;
- reconnaître les triangles superposables.

1 Somme des angles d'un triangle

Propriété



La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.
Pour un triangle ABC, on a : $mes\hat{A} + mes\hat{B} + mes\hat{C} = 180°$.

Exemple

Dans un triangle ABC : $mes\hat{A} = 63°$, $mes\hat{B} = 68°$, $mes\hat{C} = 49°$

On a : 63° + 68° + 49° = 180°.

Remarque

Un triangle ne peut avoir au plus qu'un angle obtus.

Exercice

DEF est un triangle. Recopie ce tableau en complétant.

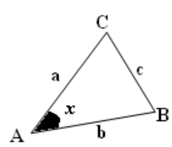
$\hat{D}$	$\hat{E}$	$\hat{F}$
25°	104°	
69°		21°
	31°	118°

2 Construction d'un triangle connaissant des longueurs des côtés ou des mesures d'angles

Règles

On peut construire un triangle connaissant :

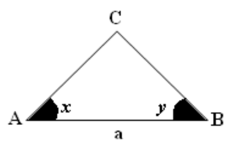
1) *Les longueurs a, b, c de ses trois côtés.*
   On doit avoir : $a < b + c$; $b < a + c$; $c < a + b$.



2) *La mesure* x *de l'angle et les longueurs des côtés ayant*

en commun le sommet de cet angle.
On doit avoir : $0 < x < 180°$.

3) *La longueur d'un côté et les mesures des angles* x et y *dont les sommets sont les extrémités de ce côté.*
On doit avoir : $x + y < 180°$.



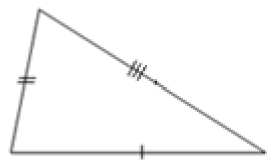
Exercices

1) Construis un triangle ABC tel que :
AB = 4 cm ; AC = 6 cm ; BC = 6 cm.
2) Construis un triangle TOH tel que:
TO = 5 cm; $mes\widehat{TOH}$ = 60° et $mes\widehat{OTH}$ = 45°.

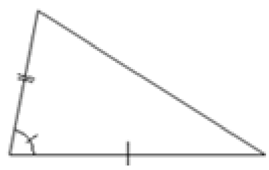
3 Triangles superposables

Propriété

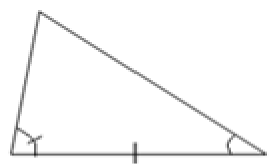
Deux triangles sont superposables dans chacun des trois cas suivants :



- *les triangles ont les côtés de même longueur.*



- *les triangles ont un angle de même mesure, compris entre deux côtés respectivement de même longueur.*



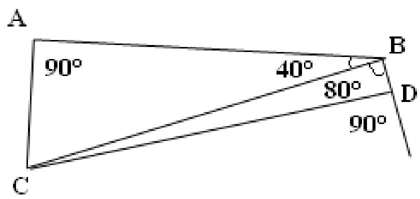
- *les triangles ont un côté de même longueur, compris entre deux angles respectivement de même mesure.*

Exercices

1) BUS est un triangle. Complète le tableau suivant :

$mes\hat{B}$	29°	52°		63°	72,8°
$mes\hat{U}$	61°		45°		
$mes\hat{S}$		25°	75°	79°	48,5°

2) Calcule $mes\widehat{ACB}$ et $mes\widehat{BCD}$.

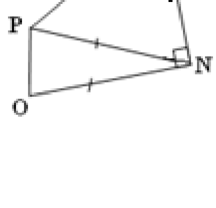


3) On donne les mesures de deux angles d'un triangle, calcule la mesure du troisième angle. Le triangle est-il isocèle, rectangle, équilatéral ? Justifie ta réponse.
   a) $mes\hat{A}$ = 70° ; $mes\hat{B}$ = 40° ; b) $mes\hat{A}$ = 60° ; $mes\hat{B}$ = 50° ; c) $mes\hat{A}$ = 30° ; $mes\hat{B}$ = 60° ;
   $mes\hat{A}$ = 90° ; $mes\hat{B}$ = 45°. $mes\hat{A}$ = 110° ; $mes\hat{B}$ = 35° . $mes\hat{A}$ = 120° ; $mes\hat{B}$ = 105°.
4) Construis un triangle ABC vérifiant les conditions données. Ce triangle est-il particulier ?
   a) $mes\hat{A}$ = 40° ; AB = 5 cm et $mes\hat{C}$ = 30°.
   b) $mes\hat{A}$ = 60° , AB = 5 cm et $mes\hat{C}$= 30°.
   c) $\hat{B}$ = 2$mes\hat{A}$; $\hat{C}$ = 3$mes\hat{A}$; AB = 6,5 cm.

5) a) Construis un triangle ABC tel que :
   AB = 6 cm ; BC = 3 cm ; $mes\widehat{ACB}$ = 90°.
   b) Quelle est la nature de ce triangle ?
   c) Quelles sont les mesures des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$?

6) a) Construis un triangle BET tel que $mes\widehat{EBT}$ = 56° et $mes\widehat{BET}$ = 64° ; EB = 5 cm.
a) Construis les bissectrices des angles $\widehat{BET}$ et $\widehat{ETB}$. Elles se coupent en O. Calcule la mesure en degré de $\widehat{EOT}$.

7) Calcule les angles du quadrilatère MNOP.



Chapitre 26 : Caractérisation d'un triangle isocèle

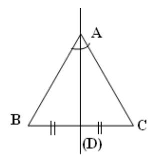
Objectifs

- Construire un triangle isocèle connaissant :
  - les mesures des côtés,
  - les mesures de ses angles et d'un côté ;
- construire à la règle et au compas un angle de 45° ;
- utiliser un triangle isocèle pour justifier :
  - une égalité angulaire,
  - une égalité métrique ;
- justifier qu'un triangle est isocèle du fait qu'une même droite vérifie deux des propriétés : médiatrice, hauteur, bissectrice.

1 Triangle isocèle

Propriété 1

Un triangle isocèle ABC a un axe de symétrie (D) qui est la médiatrice de la base.

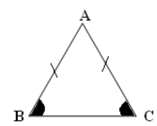


- (D) est l'axe de symétrie du triangle isocèle ABC
- (D) est la médiatrice de [BC]
- (D) est la bissectrice de l'angle $\hat{A}$.

Propriété 2

Les angles à la base d'un triangle isocèle ont même mesure.

ABC est un triangle isocèle en A, alors $mes\hat{B} = mes\hat{C}$.



Exercices

1) Construis un triangle TRI isocèle en T tel que $mes\widehat{TRI}$ = 55° et RI = 4cm.
2) Construis un triangle ABC tel que AB = 4 cm ; AC = 6 cm ; BC = 6 cm.
   Quelle est la nature de ce triangle ?

2 Reconnaître un triangle isocèle

2.1 Par ses côtés

Construis un cercle $(\mathcal{C})$ de centre I.

Place deux points R et P sur le cercle $(\mathcal{C})$ tels que I, P et R ne soient pas alignés.

a) Quelle est la nature du triangle IPR ? Justifie ta réponse.

b) A l'aide du rapporteur, mesure l'angle $\widehat{PIR}$.

c) Calcule alors $mes\hat{P}$ et $mes\hat{R}$. Vérifie tes résultats avec le rapporteur.

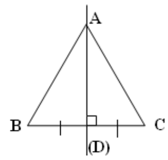
2.2 Par son axe de symétrie

a) Construis un triangle ABC tel que la droite (AM) soit un axe de symétrie de ce triangle.
b) Quelle est la nature de ce triangle ? Justifie ta réponse.

Propriété

Si un triangle admet un axe de symétrie, alors il est isocèle.

(D) est un axe de symétrie du triangle (ABC),
A est un point de (D), alors le triangle ABC est isocèle en A.



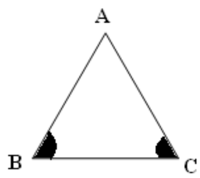
2.3 Par ses angles

Propriété

Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.

ABC est un triangle.

$mes\widehat{B} = mes\widehat{C}$ alors le triangle ABC est isocèle en A.



Exercices

1) L'unité de longueur est le cm. Place un point M et construis un triangle MNP tel que : MN = 5 ; $mes\widehat{M} = 40°$ et $mes\widehat{N} = 70°$.
   Quelle est la nature de ce triangle ? Justifie.
2) a) Construis un triangle ABC tel que $mes\widehat{B} = 40°$; $mes\widehat{C} = 65°$ et BC = 5 cm.
   b) Marque le point D du segment [AB] tel que $\widehat{ACD} = 25°$.
   Que peux-tu dire du triangle ABC ? Justifie.

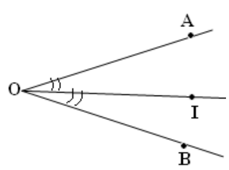
3 Construction de la bissectrice d'un angle

Règle

Pour construire la bissectrice d'un angle $\widehat{AOB}$, il suffit de le considérer comme l'angle au sommet d'un triangle AOB isocèle en O.

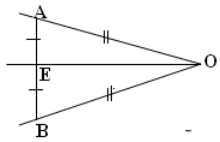
La bissectrice de $\widehat{AOB}$ est l'axe de symétrie du triangle isocèle AOB.

La bissectrice issue de O est la droite (OI) telle que $\widehat{AOI}$ et $\widehat{IOB}$ aient la même mesure.

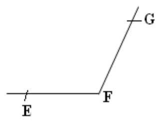


Exercices

1) E est milieu du segment [AB].
   - Justifie que la droite (OE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.
   - Donne une méthode de construction de la bissectrice d'un angle à l'aide de la règle graduée.
   - Donne une méthode de construction de la bissectrice d'un angle à l'aide du compas et de la règle graduée.



2) Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{EFG}$. Explique ta construction.



Exercices

1) Construis un triangle ABC isocèle en A dans chacun des cas suivants et dont [AI] est une hauteur. L'unité de longueur est le cm.
   a) BC = 5 et AI = 7 ;
   b) AI = 4,5 et $mes\hat{A}$ = 80° ;
   c) AI = 6 et $mes\hat{B}$ = 30°.
2) Dans un triangle isocèle ABC, mes$\widehat{ABC}$ + mes$\widehat{BAC}$ = 90° et AB = 5 cm.
   Construis le triangle ABC, puis les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$et $\widehat{ACB}$.
3) Construis un triangle KOL, isocèle de sommet K, tel que I étant le milieu de [OL], on ait : IK = 5,5 cm et $\widehat{OKI}$ = 25°.
   Quelles sont les mesures des angles du triangle KOL ?
4) Construis un triangle ABC isocèle en A. Construis les bissectrices des angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$; ces bissectrices se coupent en I. Quelle est la nature du triangle IBC ? Justifie ta réponse.
5) Construis un triangle ABC. Marque un point E tel que le triangle BEC soit isocèle en E.
   Marque un point F tel que le triangle BFC soit isocèle en F.
   Pour le triangle ABC, que peux-tu dire :
   - de la droite (EF) ?
   - de la parallèle à la droite (EF) qui passe par A ?

Chapitre 27 : Caractérisation d'un triangle équilatéral

Objectifs

- Utiliser un triangle équilatéral pour justifier qu'un angle mesure 60° ;
- construire à la règle et au compas un angle de 30°, 60°, 120° ;
- justifier qu'un triangle est équilatéral.

1 Construction d'un triangle équilatéral

Propriété

Un triangle isocèle qui a un angle de 60° est équilatéral.

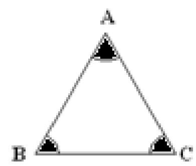
2 Caractérisation d'un triangle équilatéral

Propriété

Si un triangle a ses trois angles de même mesure, alors il est équilatéral.

ABC est un triangle :

Si $mes\hat{A}$ = $mes\hat{B}$= $mes\hat{C}$, alors le triangle ABC est équilatéral.



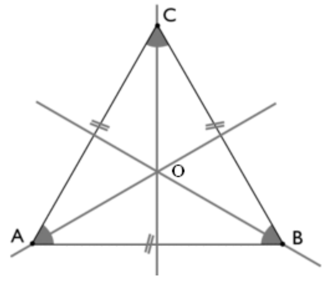
Exercices

1) construis un triangle équilatéral THE sachant que TE = 5,2 cm.
   Trace la hauteur issue de T. Elle coupe EH en M. Calcule les angles du triangle TME.
2) $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O et de diamètre$[AB]$.
   Construis la médiatrice (Δ) du segment $[OA]$. Elle coupe le cercle en deux points I et J.
   Quelle est la nature du triangle AOI ? Justifie.

Propriété 1

Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie qui sont les médiatrices des côtés.

(Δ), (Δ') et (Δ'') sont les axes de symétrie du triangle équilatéral ABC.



Remarque
Le centre O du cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC n'est pas un centre de symétrie de ce triangle.

Propriété 2

- Les côtés d'un triangle équilatéral ont même mesure.

- Les hauteurs sont aussi médianes, médiatrices et bissectrices du triangle.

- Le centre du cercle circonscrit d'un triangle équilatéral est situé sur les trois axes de symétrie du triangle.

Exercice

A l'aide du compas et de la règle, construis un angle de 60°, un angle de 30° et un angle de 120°.

Exercices

1) Trace un cercle de diamètre 5,4 cm. Construis un triangle équilatéral dont les sommets appartiennent à ce cercle.
2) Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon [OA].
   Construis la médiatrice (Δ) de [OA] ; cette médiatrice coupe le cercle $(\mathcal{C})$ aux points E et F. Justifie que chacun des triangles OEA et OFA est équilatéral.
3) Construis un triangle équilatéral LAC tel que LA = 6 cm.
   Trace les médiatrices des trois côtés ; elles se coupent en I.
   Evalue les angles$\widehat{LIA}$; $\widehat{CIA}$; $\widehat{LIC}$.
4) Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de diamètre [IJ].
   Trace la médiatrice (Δ) du segment [IO]. (Δ) coupe le cercle en A et B.
   a) Que représente la droite (IJ) pour la figure ?
   b) Quelle est la nature des triangles IAB et JAB ?
   c) Que représente le cercle $(\mathcal{C})$ pour ces deux triangles ?
5) Trace un triangle équilatéral dont le périmètre est 15 cm.
6) La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ d'un triangle ABC coupe le segment [AC] en un point I.
   La parallèle à la droite (BC) passant par I coupe le segment [AB] en J.
   Démontre que BJ = JI.

Chapitre 28 : Caractérisation d'un triangle rectangle

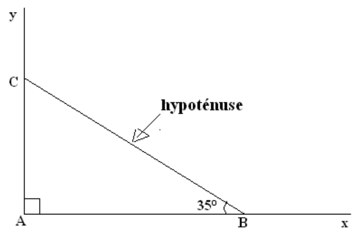
Objectifs

- Construire un triangle rectangle connaissant :
  - l'hypoténuse et un côté de l'angle droit,
  - un angle aigu et un des côtés adjacents à cet angle ;
- reconnaître qu'un triangle rectangle ayant un angle de 45° est isocèle ;
- construire le cercle circonscrit à un triangle rectangle ;
- utiliser un triangle rectangle pour justifier l'appartenance d'un point à un cercle ;
- justifier qu'un triangle est rectangle en utilisant son cercle circonscrit.

1 Construction d'un triangle rectangle

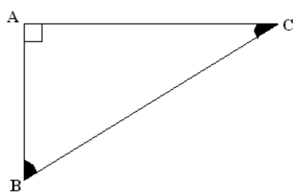
Définition

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse : c'est le côté le plus long du triangle.



Propriété

Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.



$mes\hat{B} + mes\hat{C} = 90°$

Exercices

1) RGH est un triangle rectangle en R. $\hat{G}$ et $\hat{H}$ sont les angles aigus de ce triangle. Complète le tableau ci-dessous :

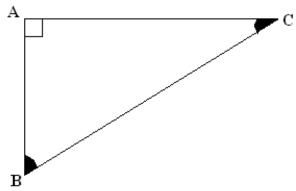
La mesure de l'angle $\hat{G}$ est		70°	60°		
La mesure de l'angle $\hat{H}$ est	40°			32°	57°

2) Construis un triangle FOI rectangle en O tel que $mes\hat{I}$ = 27°.Quelle est la mesure de l'angle $\hat{F}$?

2 Reconnaissance d'un triangle rectangle par ses angles

Propriété

Si un triangle a deux angles complémentaires, alors il est rectangle.



ABC est un triangle.

Si $\hat{B}$et$\hat{C}$ sont des angles complémentaires

alors le triangle ABC est rectangle en A.

3 Cercle circonscrit

ABC est un triangle rectangle en A.

a) Construis la médiatrice (Δ)du segment [AB].

b) Marque le point O, intersection de (Δ) avec [BC]

et le point M, intersection de (Δ) avec [AB].

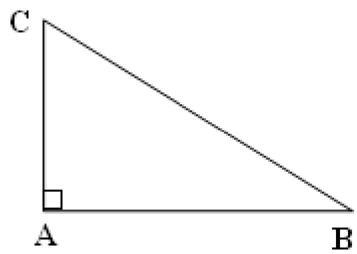
c) Quelle est la nature du triangle AOB ? Justifie.

d) Justifie que $mes\widehat{OAC} = mes\widehat{ACO}$.

e) Quelle est la nature du triangle COA ?

f) Construis le cercle $(\mathcal{C}$) de centre O et de rayon OA.

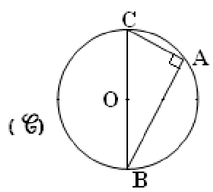
Justifie que : C ∈ $(\mathcal{C})$ et B ∈ $(\mathcal{C})$.



Propriété1

Si un triangle ABC est rectangle en A, alors le cercle de diamètre [BC] passe par A.

OA = OB = OC



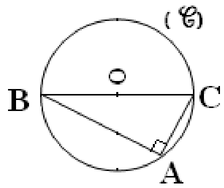
Propriété 2

L'hypoténuse d'un triangle rectangle est le côté le plus long de ce triangle.

Le diamètre [BC] d'un cercle $(\mathcal{C})$ est la corde la plus longue de ce cercle$(\mathcal{C})$.

BC > AB et

BC > AC.



Exercices

1) Trace un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Construis un triangle rectangle dont les sommets appartiennent à ce cercle.
2) L'unité de longueur est le cm. Peux-tu construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5,7 et BC = 4,8 ?

4 Reconnaissance d'un triangle rectangle en utilisant le cercle circonscrit

$(\mathcal{C})$, un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$.

a) Marque sur le cercle $(\mathcal{C})$ trois points I, J et K distincts de A et de B.

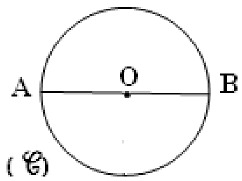
b) Grâce à ton rapporteur, mesure les angles $\widehat{AIB}, \widehat{AJB}$ et $\widehat{AKB}$.

Que constates-tu ?

c) Quelle est la nature du triangle AOI ? Justifie ta réponse.

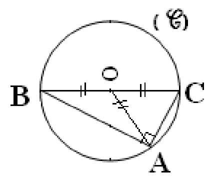
d) Quelle est la nature du triangle BOI ? Justifie ta réponse.

e) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AIB}$. Quelle est la nature du triangle AIB ?



Propriété

Si A est un point du cercle de diamètre $[BC]$, alors le triangle ABC est rectangle en A.



Exercice

Construis un triangle ABC isocèle en B. Construis le point E symétrique du point A par rapport à B. Justifie que (EC) ⊥ (AC).

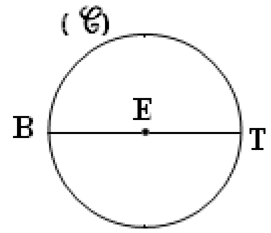
Exercices

1) Construis un triangle ABC rectangle en B. La médiatrice de [BC] coupe [AC] en I. Quelle est la nature de chacun des triangles IBC et IAB ? Justifie tes réponses.
2) L'unité est le cm. Dans chacun des quatre cas suivants, construis un triangle IJK rectangle en K :
   a) IJ = 7 et IK = 3 ;
   b) IJ = 6,5 et JK = 4 ;
   c) $mes\hat{I}$ = 65° et IK = 5 ;
   d) $mes\hat{J}$ = 70° et IK = 8.

3) L'unité est le cm. Trace un segment [OO'] = 8. Trace le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 4 et le cercle $(\mathcal{C}')$ de centre O' et de rayon 6. Ces deux cercles se coupent aux points A et B.

Construis la droite (D) passant par A et perpendiculaire à la droite (AB). Cette droite (D) recoupe le cercle $(\mathcal{C})$ au point M et le cercle $(\mathcal{C}')$ au point N.
Justifie que [BM] est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$.

4) Construis deux cercles $(\mathcal{C}_1)$et $(\mathcal{C}_2)$ qui se coupent en deux points P et S. Désigne par O_1 le centre du cercle $(\mathcal{C}_1)$ et par O_2 le centre du cercle $(\mathcal{C}_2)$. La droite (O_1O_2) coupe le cercle $(\mathcal{C}_1)$ en A et R ; elle coupe le cercle $(\mathcal{C}_2)$ en Q et B. Les points A, R, Q et B sont tels que Q ∈ [AR] et R ∈ [QB]. Démontre que $mes\widehat{APQ}= mes\widehat{RPB}$.
5) $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre E et de diamètre [BT].
   a) Construis la médiatrice (D) du segment [ET]. Elle coupe le cercle en deux points J et K ;
   b) Quelles est la nature du triangle BJK. Justifie.



Chapitre 29 : Produit de fractions

Objectifs

- Calculer le produit d'une fraction par un nombre entier naturel ;
- calculer un produit des fractions ;
- calculer une puissance d'une fraction.

1 Produit d'une fraction et d'un nombre entier naturel

Règle

a, b et k sont des nombres entiers naturels ; b non nul.

$k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$ *et* $\frac{a}{b} \times k = \frac{k \times a}{b}$

Exercice

Effectue les produits suivants et simplifie, quand c'est possible :

$\frac{11}{36} \times 27$;$4 \times \frac{11}{6}$; $134 \times \frac{13}{21}$; $\frac{7}{3} \times 2$; $\frac{28}{27} \times 21$.

2 Produit de deux fractions

a) Reproduis le dessin suivant et colorie le rectangle AEGF.

- AF = $\frac{3}{4}$ AD.

- AE = $\frac{3}{5}$ AB

b) Quelle fraction de l'aire ABCD représente l'aire du rectangle AEGF ?

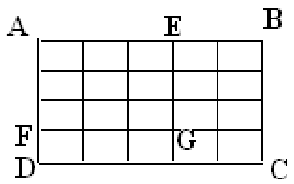
c) Complète :

Pour le rectangle AEGF, la longueur est ……..

la largeur est ………

donc son aire est ……..

conclusion : $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \ldots.$



d) Complète les égalités :

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \ldots..$; $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \ldots.$ et illustre chacune d'elle en coloriant sur le dessin ci-dessus.

Règle

a, b, c et d sont des nombres entiers naturels ; b et d non nuls.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Exemples

1) $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$.

2) $\frac{23}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{23 \times 5}{5 \times 6}$. En simplifiant par 5, on a : $\frac{23}{6}$.

Remarque

Lorsque a, b, c, d désignent des nombres décimaux avec b et d non nuls, on a encore :

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Exercice

Donne le résultat sous la forme la plus simple :

$\frac{3}{19} \times \frac{1}{4}$; $\frac{3}{8} \times \frac{6}{13}$; $\frac{18}{14} \times \frac{21}{18}$; $\frac{5}{3} \times \frac{7}{3}$; $\frac{180}{75} \times \frac{25}{27}$; $\frac{2}{7} \times \frac{5{,}4}{11}$.

3 Puissance d'une fraction

Définition

n est un nombre entier naturel plus grand que le nombre 1 ;

a et b sont des nombres entiers naturels, b non nul : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Exercice

Calcule :

$\left(\frac{5}{3}\right)^2$; $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; $\left(\frac{12}{9}\right)^3$; $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; $\left(\frac{1}{5} + 3\right)^4$.

Exercices

1) Calcule et simplifie les fractions suivantes :

   $6 \times \frac{13}{24}$; $\frac{17}{5} \times 11 + 12 \times \frac{1}{3}$; $7 \times \frac{3}{4}$; $\frac{3{,}5}{3} \times 17$; $\frac{63}{31} \times 14$.

2) Effectue les produits suivants et simplifie le résultat à chaque fois que c'est possible :

x	3	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{2}$
4						
$\frac{2}{3}$						
$\frac{6}{7}$						

3) Calcule le plus habilement possible :

   $\frac{3}{5} \times \frac{9}{12} \times \frac{15}{2}$; $\frac{4}{11} \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \frac{11}{8} \times \frac{4}{5}$; $\frac{11}{6} \times \frac{5}{22} \times \frac{16{,}5}{5}$; $3 \times \frac{2}{7} \times \frac{14}{15}$.

4) Une balle en latex rebondit aux $\frac{3}{4}$ de sa hauteur. On la lâche d'une hauteur de 2 mètres.

   Quelle hauteur atteint-elle après le 1^{er}, le 4^{e} et le 10^{e} rebond ?

5) Les unités anglaises.

   Un mile vaut 1760 yards ; un yard vaut 0,91438 m ; un pied vaut $\frac{1}{3}$ de yard et un pouce vaut $\frac{1}{12}$ de pied.

   a) Quelle fraction de yard représente le pouce ?

   b) Exprime en mètres la distance que représente un mile, un pied, un pouce.

Chapitre 30 : Equation dans $\mathbb{D}$ du type $x + a = b$ et $ax = b$

Objectif

- Résoudre dans l'ensemble des nombres décimaux relatifs l'équation du type $x + a = b$ et $ax = b$.

1 Equation du type $\underline{x + a = b}$ ou $\underline{x - a = b}$

Propriété

*La solution de l'équation $\boldsymbol{x + a = b}$ est $b - a$. $\boldsymbol{a}$ **et** $\boldsymbol{b}$ sont des nombres décimaux connus.*

Exemple

Résoudre l'équation $\boldsymbol{x - 4 = 13}$

$$\boldsymbol{x = 13 + 4}$$

$$\boldsymbol{x = 17}$$

La solution de l'équation proposée est 17.

Exercice

Pour chacun des cas suivants, trouve le nombre x tel que :

a) $x + 6 = 13$. d) $x - 8 = 15$.

b) $x + \frac{2}{7} =$ [redacted]. e) $x - \frac{15}{2} = 3$.

c) $4{,}8 + x = 47$. f) $16{,}5 - x = 6{,}2$.

2 Equation du type $\boldsymbol{a \times x = b}$

Propriété :

*Les nombres $\boldsymbol{a}$ **et** $\boldsymbol{b}$ étant donnés et $\boldsymbol{a \neq 0}$;*

la solution de l'équation $\boldsymbol{a \times x = b}$ est $\frac{b}{a}$.

Exemple

Résoudre l'équation $2x = 5$

$x = \frac{5}{2}$

La solution de l'équation est $\frac{5}{2}$.

Exercice

Résoudre les équations suivantes :

a) $3x = 15$. d) $\frac{x}{7} = 15$

b) $5{,}4x = 14{,}58$. e) $\frac{x}{5{,}7} = 34$.

c) $\frac{3}{17}x = \frac{-15}{17}$. f) $\frac{9}{170}x = -3{,}5$.

Exercices

1) Résous les équations :
   a) $3x - 5 = 13$. d) $15 = x - 6$.
   b) $2x + 5 = 9$. e) $18 - x = x + 14$.
   c) $3x + 5 = x + 21$. f) $4x + 5 = x + 23$.
2) Résous les équations :
   a) $3 + x = 15$. d) $(4{,}5 + x) + 6{,}7 = 15{,}8$.
   b) $4{,}8 + x = 47$. e) $8{,}5 + (x - 3) - 2{,}4 = 2{,}1$.

c) $\frac{3}{4} + x = \frac{19}{4}$.

f) $\frac{15}{34} + x = \frac{83}{34}$.

3) Résous les équations :

a) $x - 8 = 15$.

b) $x - 5{,}7 = 8{,}3$.

c) $x - \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$.

d) $4{,}7 - x = 3{,}8$.

e) $\frac{19}{11} - x = \frac{5}{11}$.

f) $\frac{53}{7} - x = \frac{12}{7}$.

4) Résous les équations :

a) $48x = 90$.

b) $33x = 84$.

c) $5{,}4x = 16{,}11$.

d) $\frac{2}{7} x = \frac{48}{7}$.

e) $\frac{3}{5} x = \frac{4}{15}$.

f) $\frac{6}{35} x = \frac{8}{45}$.

5) Résous les équations suivantes :

a) $3(x + 5) - (2x + 1) = 17$.

b) $x + 7 + 3(x - 7) = 14$.

c) $9x + 7 - 4(2x + 1) = x - (x - 5)$.

6) Les deux côtés d'un triangle mesurent 4m et 2m. Son périmètre est 8m. Calcule la longueur du troisième côté.

Chapitre 31 : Puissances à exposant entier naturel d'un nombre décimal relatif

Objectifs

- Définir une puissance dans $\mathbb{D}$;
- calculer une puissance des décimaux relatifs ;
- utiliser la définition des puissances et la priorité de calcul de la puissance sur la multiplication et l'addition pour effectuer des calculs.

1 Puissance entière d'un nombre relatif

Définition

$\boldsymbol{a}$ est un nombre décimal relatif et $\boldsymbol{n}$ un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2.

On appelle puissance d'exposant $\boldsymbol{n}$ du nombre $\boldsymbol{a}$ le produit de $\boldsymbol{n}$ facteurs égaux à $\boldsymbol{a}$.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots . \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

$\boldsymbol{n}$ est l'exposant de $\boldsymbol{a}$.

$\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}}$ se lit : « $\boldsymbol{a}$ exposant $\boldsymbol{n}$ » ou encore « $\boldsymbol{a}$ puissance $\boldsymbol{n}$ ».

Exemple

$(-3)^4$ = (-3) x (-3) x (-3) x (-3)

$(-4)^2$ = (-4) x (-4) $(3)^3$ = 3 x 3 x 3.

$(-4{,}2)^3 = (-4{,}2) \times (-4{,}2) \;= \times (-4{,}2)$

Remarque

Si $\boldsymbol{n}$ = 1, $a^1 = \boldsymbol{a}$.

Exercice

Calcule : a^2, a^3, a^4 pour a = -2 ; a = 1 ; a = 2

2 Signe d'une puissance d'un nombre relatif

Règle

Si $\boldsymbol{a}$ est positif, quel que soit l'entier naturel$\boldsymbol{n}$, alors $\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}}$ est positif.

Si $\boldsymbol{a}$ est négatif et si $\boldsymbol{n}$ est pair, alors $\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}}$ est positif.

Si $\boldsymbol{a}$ est négatif et si $\boldsymbol{n}$ est impair, alors $\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}}$ est négatif.

Remarques

1) $(-\mathbf{1})^n$ = 1 si $\boldsymbol{n}$ est pair

$(-\mathbf{1})^n$ = -1 si $\boldsymbol{n}$ est impair

2) Le carré d'un nombre relatif différent de 0 est un nombre positif.

3) Le cube d'un nombre relatif positif est un nombre positif.

Le cube d'un nombre relatif négatif est un nombre négatif.

Exercices

1) Détermine le signe des puissances suivantes :

$(+0{,}7)^{15}$; $(-1{,}9)^{12}$; $(-3{,}3)^{17}$; $(5{,}4)^{46}$; $(+2{,}1)^{18}$; $(-9{,}2)^{25}$; $(-0{,}3)^{13}$.

2) Calcule :

$(4{,}1)^3$; $(-3{,}7)^4$; $(0{,}4)^2$; $(-2{,}3)^3$; $(0{,}1)^2$; $(-1{,}8)^5$.

3 Produit de deux puissances d'un nombre relatif.

Règle

a est un nombre décimal relatif, n et p deux entiers naturels supérieurs ou égaux à 2.

$$\boxed{(a)^n \times (a)^p = (a)^{n+p}}$$

Exercice

Ecris sous forme d'une puissance les produits suivants :

$(-3)^3 \times (-3)^5$; $(+6)^4 \times (+6)^2$; $(-5)^2 \times (-5)^2$; $(+7)^5 \times (+7)^1$.

Remarques

1) Pour tout nombre décimal relatif a,

$$\boxed{a^n \times a = a^{n+1}}$$

Exemple

$(2)^4 \times (2) = (2)^{4+1}$.

2) Si a est différent de 0, on pose : $\boxed{a^0 = 1 \text{ et } 0^n = 0 \text{ avec } n \geq 1}$
3) 0^0 n'a pas de sens. Exercice

Ecris ces produits sous forme d'une puissance :

$(-2{,}8)^4 \times (-2{,}8)^3$; $(+3{,}5)^5 \times (+3{,}5)^6$; $(-6{,}1)^7 \times (-6{,}1)^7$.

4 Puissance d'un produit

Règle 2

a et b étant deux nombres relatifs, n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

$$\boxed{(ab)^n = a^n \times b^n}$$

Exercice

Calcule :

$((+5) \times (-4))^2$; $((+0{,}5) \times (-4) \times (-5))^4$; $((+2{,}7) \times (0{,}4))^3$.

Exercices

1) Ecris sous la forme x^n :

   $x^2 \times x^3$; $(x^2)^3$; $x^2 \times x^4$; $x^3 \times x^3$; $(x^2)^4 \times x^5$.

2) Calcule :

   a) $(-2)^3 \times (-1)^5$; $(-1)^4 \times (-2)^3$; $(-4)^2 \times (-5)^2 \times 3$; $(-3)^4 \times (5)^0$.

   b) $(+0{,}2)^3$; $(+4{,}1)^2$; $(-2{,}5)^1$; $(+3{,}1)^3$; $(-0{,}4)^5$; $(+1{,}5)^0$.

3) Effectue les calculs suivants :

   a) $((-5) \times (+3))^2$; $((-1) \times (+2))^3$; $((-4{,}4) \times (-0{,}1))^3$; $((-3{,}5) \times (+4{,}2))^2$.

   b) $((-1{,}2) \times (+0{,}5) \times (-3{,}5))^2$; $((+4{,}2) \times (-2) \times (4))^3$; $((-1{,}5) \times (0{,}4) \times (2{,}5))^3$.

4) Compare (+2,3) et (+1,5), puis compare leur carré.
   Compare (-2,3) et (-1,5), puis compare leur carré.
5) a est un nombre décimal relatif. m et n deux entiers naturels :

a) Calcule a^m

b) On pose $a^m = b$. Calcule b^n.

c) Calcule a^{mn}.

d) Compare $(a^m)^n$ et a^{mn} :

-pour a = -2 ; m = 3 ; n = 2 ;

- pour a = (+2,5) ; m = 3 ; n = 3.

Chapitre 32 : Proportionnalité : tableau de proportionnalité et représentation graphique

Objectifs

d) Reconnaître une situation de proportionnalité ;
e) calculer un coefficient de proportionnalité ;
f) déterminer la quatrième proportionnelle ;
g) représenter graphiquement une situation de proportionnalité point par point.

1 Situation de proportionnalité

1.1 Sur un tableau de correspondance

Règle

Deux suites de nombres sont proportionnelles quand on passe des nombres de l'une à ceux de l'autre en multipliant toujours les premiers par le même nombre.

Exemple

1,5	4	5	7,4	9
4,5	12	15	22,2	27

X 3

- Le tableau ci-dessus dans lequel on retrouve les suites des nombres proportionnels est un *tableau de proportionnalité.*
- Le nombre 3 par lequel on multiplie les mesures de la première grandeur pour obtenir celles de la seconde est le *coefficient de proportionnalité*.
- Dans une situation de proportionnalité, en divisant l'un des nombres de la seconde ligne par le nombre correspondant de la première ligne, on obtient le coefficient de proportionnalité.

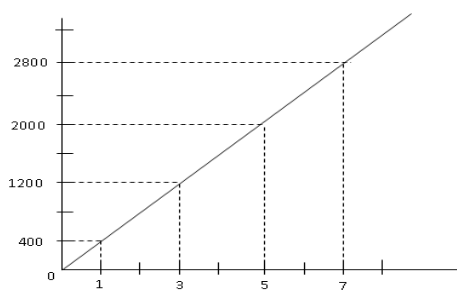
Propriété

a	b	[illegible]	d	[illegible]
a'	b'	c'	d'	e'

a, b, c, d et e sont proportionnels respectivement aux nombres a', b', c', d' et e'
si $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d} = \frac{e'}{e} = k.$

1.2 Sur un graphique

a) A partir du graphique ci-dessous, établie un tableau de correspondance.
b) Ce tableau traduit-il une situation de proportionnalité ?
Si oui, quel est le coefficient de proportionnalité ?



Remarque

Sur un graphique, on reconnait une situation de proportionnalité à ce que les points marqués sont situés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

2 Quatrième proportionnelle

Exemple

1,5 kg de viande de chameau coûtent 4 500 F.

Quel est le prix de 3,5 kg de viande ?

Le poids de la viande est proportionnel au prix payé.

On écrit :	Poids (en kg)	1,5	3,5	ou $\frac{4500}{1,5} = \frac{x}{3,5}$
	Prix (en F)	4500	x	

On dit que le nombre manquant x est une *quatrième proportionnelle*.

$x = \frac{4500}{1,5}$ x 3,5 donc $x =$ 10 500 F

Remarque

On peut aussi écrire que les « produits en croix » sont égaux.

1,5 x x = 4 500 x 3,5.

Exercice

Pour obtenir 10 kg de farine blanche, il faut 14 kg de sorgho.

a) Quelle quantité de sorgho faut-il pour obtenir 35 kg de farine blanche ?
b) Quelle quantité de farine blanche obtient-on avec 21 kg de sorgho ?

Exercices

1) Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

a)

x	15	45	60	75	120	150
y	51	153	204	254	408	508

b)

a	7	12	19	24	31	38
b	5,25	9	14,25	18	23,25	28,5

2) Un volume de 1 cm^3 de cuivre a une masse de 8,8 g.
   a) Quelle est la masse de 3,5 cm^3 ? 2,4 dm^3 ? 3,7 m^3 ?
   b) Quel est le coefficient de proportionnalité permettant de passer des volumes aux masses ?
   c) Quel est le volume de 45 g ? 32 kg ? 3 tonnes ?
3) Pour chacun des tableaux de proportionnalité suivants, calcule le coefficient de proportionnalité, puis utilise-le pour compléter le tableau.

   a)

0,1	2	0,75		100
1,2			60	

1	2,4	7	14	
		5		$\frac{25}{7}$

4)
   a) Calcule les périmètres des carrés dont les côtés ont pour longueur 1 cm ; 1,5 cm ; 2 cm ; 3 cm ; 3,5 cm ; 5 cm.
   b) Construis un graphique représentant le périmètre en fonction du côté du carré. Que constates-tu ?

5) Calcule x pour que les tableaux ci-dessous soient des tableaux de proportionnalité.

a)

317	x
20	14

b)

4,15	1,5
x	24

c)

49	x
25	49

6) La fortune du sultan de Dar Sila s'élève à 50 millions de francs CFA. A sa mort, ses deux fils âgés de 12 et 18 ans, se la partageront proportionnellement à leur âge. Quelle sera la part de chacun ?

Chapitre 33 : Régionnement du plan par un cercle

Objectifs

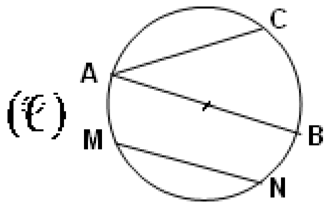
- Traduire l'appartenance d'un point à l'intérieur ou à l'extérieur d'un cercle à l'aide de la distance et des symboles < ou > ;
- justifier l'appartenance d'un point à l'intérieur ou à l'extérieur d'un cercle à l'aide de la distance et des symboles < ou > ;
- justifier l'appartenance d'un point N au disque de centre A et de rayon r à l'aide de l'inégalité AN $< r$ ou de l'égalité AN $= r$.

1 Cordes et diamètres d'un cercle

Propriété

Dans un cercle, les cordes les plus longues sont les diamètres.

$AB > AC$ et
$AB > MN$.



Exercice

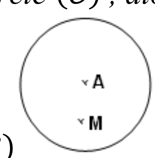
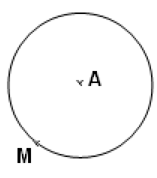
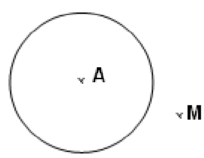
Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre A et de rayon 2 cm.
Marque un point M sur ce cercle.
A l'aide du compas et de la règle, construis une corde de 2,5 cm de longueur et dont une extrémité est le point M.
Peux-tu construire une corde de longueur 6 cm ? Justifie ta réponse.

2 Intérieur et extérieur d'un cercle

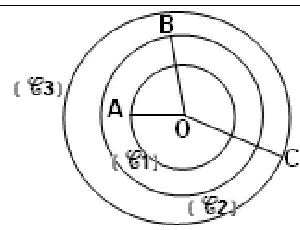
On admet la propriété suivante :

Propriété

$(\mathcal{C})$*est un cercle de centre A et de rayon r ; M est un point du plan.*

Si M est à l'intérieur du cercle $(\mathcal{C})$, alors $AM < r$.  $(\mathcal{C})$ *Si $AM < r$, alors le point M est à l'intérieur du cercle $(\mathcal{C})$*	*Si un point M est sur le cercle $(\mathcal{C})$, alors $AM = r$.*  $(\mathcal{C})$ *Si $AM = r$, alors le point M est sur le cercle $(\mathcal{C})$*	*Si un point M est à l'extérieur du cercle $(\mathcal{C})$, alors $AM > r$.*  $(\mathcal{C})$ *Si $AM > r$, alors le point M est à l'extérieur du cercle $(\mathcal{C})$.*

Exercices

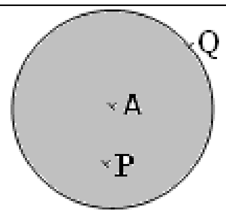
$(\mathcal{C}_1)$ est le cercle de centre O et de rayon OA ; $(\mathcal{C}_2)$ est le cercle de centre O et de rayon OB ; $(\mathcal{C}_3)$ est le cercle de centre O et de rayon OC.	

-Marque un point P à l'intérieur de $(\mathcal{C}_1)$;
-Marque un point Q à l'extérieur de $(\mathcal{C}_1)$ et à l'intérieur de $(\mathcal{C}_2)$;
-Marque un point R à l'extérieur de $(\mathcal{C}_2)$ et à l'intérieur de $(\mathcal{C}_3)$;
-Range par ordre croissant AO; OB; OC; OP; OQ et OR.
-Justifie.

3 Disque

Définition

Le disque de centre A et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que $AM < r$ ou $AM = r$.

	$AP < r$ et $AQ = r$.

Exercice

Construis un segment [AB] de longueur 4 cm. Place tous les points qui sont à 4 cm de A. Colorie l'ensemble de tous les points qui sont à moins de 4 cm de A.

Exercices

1) L'unité de longueur est le cm. Place trois points A, B et C tels que :
   a) AB = 9 ; AC = 4 et C ∈[AB] ;
   b) AB = 8 ; AC = 4 et A ∈ [BC].
   Calcule BC dans chacun des cas.
2) On donne deux points distincts A et B.
   Place sur la droite (AB) :
   - un point M tel que MA + MB = AB ;
   - un point N tel que AB + BN = AN ;
   - un point P tel que BP = BA + AP ;
   - un point Q tel que BQ + QA = BA.
   Parmi les points M, N, P et Q, quels sont ceux qui appartiennent à [AB] ?
3) Trace un segment [AB] tel que AB = 4 cm.
   a) Construis l'ensemble des points M dont la distance au point A est 4 cm.
   b) Construis l'ensemble des points N dont la distance au point B est 3 cm.
   c) Peux-tu trouver un ou plusieurs points C tels que :

CA = 5 cm et CB= 3 cm ;
CA = 1,5 cm et CB = 2,5 cm ;
CA = 1cm et CB = 2 cm.

4) L'unité de longueur est le cm. Est-il possible de construire un triangle ABC à l'aide des renseignements donnés ci-dessous ?
   a) BC = 9,6 ; AC = 3,7 ; AB = 5,9.
   b) BC = 8,4 ; AC = 3,1 ; AB = 4,9.

Chapitre 34 : Cercle circonscrit à un triangle

Objectifs

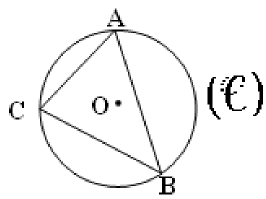
- Tracer un cercle passant par trois points non alignés ;
- reconnaitre un cercle circonscrit à un triangle ;
- construire le centre du cercle circonscrit à un triangle quelconque.

1 Cercle circonscrit à un triangle

Définition

Le cercle (𝒞)qui passe par trois points A, B, C non alignés est le cercle circonscrit au triangle ABC.

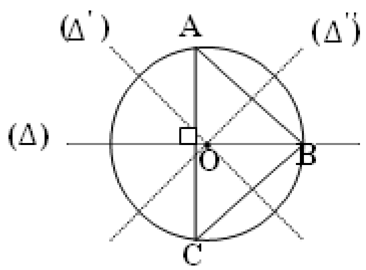
Le triangle ABC est inscrit dans le cercle (𝒞).



Propriété

Dans un triangle ABC :

- *les médiatrices des côtés [AB] ; [BC] et [CA] sont concourantes en un point O équidistant des sommets A, B, C du triangle ;*
- *le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.*

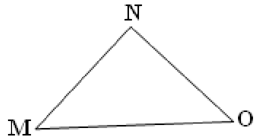


OA = OB =OC

Remarque

Il suffit de construire deux des médiatrices pour obtenir le centre du cercle circonscrit**.**

Exercices

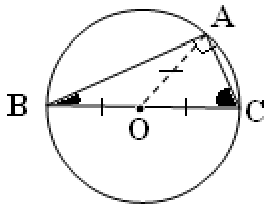
1) MNO est un triangle quelconque. Construis le centre de son cercle circonscrit.	

2) Construis un triangle ABC inscrit dans un cercle de centre O, sachant que : OA = 4 cm ; AB = 6 cm ; BC = 4,5 cm.

2 Triangles particuliers

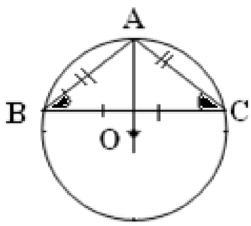
- **Triangle rectangle**

- La somme des mesures de deux angles aigus est égale à 90°.
- Le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit.
- La longueur du segment [OA] mesure la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



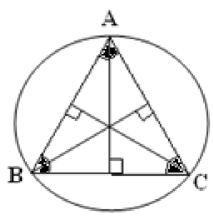
- **Triangle isocèle**

- Les angles à la base ont même mesure : $mes\hat{B}= mes\hat{C}$.
- Le centre du cercle circonscrit appartient à l'axe de symétrie du triangle.



- **Triangle équilatéral**

- Chaque angle mesure 60°.
- Les hauteurs sont aussi médianes, médiatrices et bissectrices du triangle.
- Le centre du cercle circonscrit **est le point d'intersection des trois axes** de symétrie du triangle.



Exercice

1) Trace un triangle isocèle et son axe de symétrie. Construis le cercle circonscrit à ce triangle. Que remarques-tu ?

Exercices

1) Indique sur les figures ci-dessous, celles où le cercle est circonscrit au triangle.

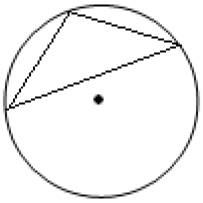
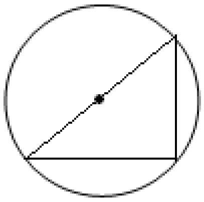
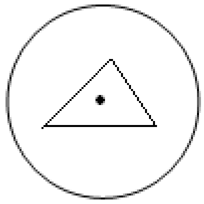
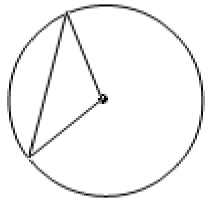
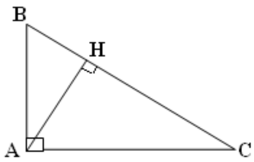
   

Fig.1 Fig.2 fig.3 fig.4

2) Quels sont les centres des cercles circonscrits aux triangles ABC ; ABH et ACH ?



3) Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre 4 cm. Construis un triangle ABC tel qu'à la fois :
   - $(\mathcal{C})$ soit circonscrit à ce triangle ;
   - BC = 3 cm ;
   - le triangle soit isocèle.
4) ABC est un triangle isocèle de sommet A.
   La médiatrice de[AB] coupe la droite (BC) en D.
   Trace le cercle de centre B et de rayon BD. Il coupe la droite (OA) aux points D et E.
   Montre que les triangles ABD et BDE sont isocèles.

5) O est le centre du cercle circonscrit à un triangle ABC dont on connait : - le sommet B ; - la médiatrice (L) de [BC] ; - la hauteur (D) passant par A. Construis le triangle ABC et explique tes constructions.	

Chapitre 35 : Parallélogrammes - Rectangle

Objectifs

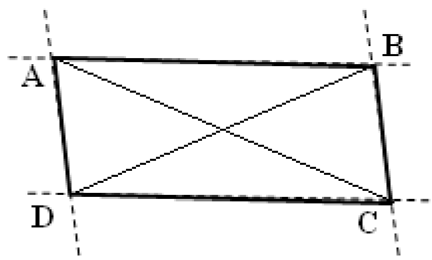
- Reconnaître un parallélogramme sur un dessin codé ;
- justifier qu'un quadrilatère est un parallélogramme ;
- construire le quatrième sommet d'un parallélogramme dont on connait les trois premiers sommets ;
- utiliser un parallélogramme pour justifier un parallélisme, une égalité métrique ou angulaire ;
- reconnaître un rectangle sur un dessin codé ;
- justifier qu'un parallélogramme est un rectangle ;
- utiliser les propriétés des diagonales pour construire un rectangle.

1 Parallélogramme

1.1 Définition

Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les supports des côtés sont parallèles deux à deux.



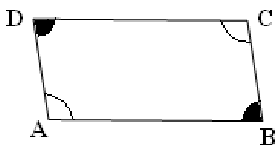
(AB) ∥ (CD) et (AD) ∥(BC)

1.2 Propriété

Propriété

Dans un parallélogramme :

- *les angles de deux sommets consécutifs sont supplémentaires.*



ABCD est un parallélogramme, alors $\begin{cases} mes\widehat{B} = \ mes\widehat{D} \\ \widehat{C} \text{ et } \widehat{D} \text{sont supplémentaires.} \end{cases}$

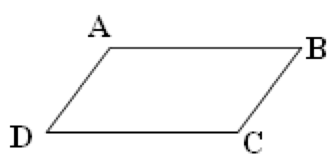
1.3 Caractérisation d'un parallélogramme

Propriétés

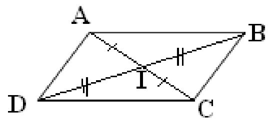
Un quadrilatère vérifiant l'une des conditions suivantes est un parallélogramme.

1) Les côtés opposés ont des supports parallèles :

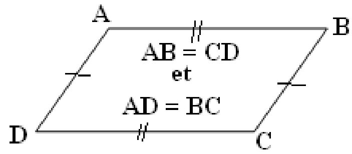
(AB) ∥ (DC)et
(AD) ∥ (BC).



2) Les diagonales se soupent en leurs milieux.



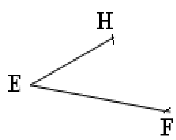
3) Les côtés opposés ont même longueur.



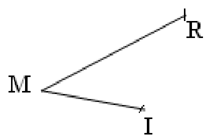
4) Les angles opposés ont même mesure.

Exercices

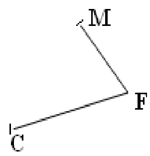
1) Construis un parallélogramme dont les diagonales ont 6 et 8 cm de longueur. Y'a-t-il d'autres solutions ?
2) Construis un parallélogramme ABCD de centre O tel que :
   AO = 5 cm ; OB = 4 cm ; AB = 4,5 cm.
3) Pour chacune des figures ci-dessous, la construction du parallélogramme est inachevée. Complète en justifiant ta méthode.



Parallélogramme EFGH



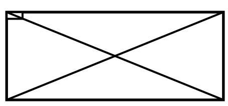
Parallélogramme MRSI de centre I



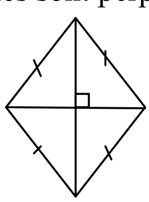
Parallélogramme CPDM de centre F

1.4 Parallélogrammes particuliers

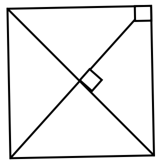
- Le rectangle est un parallélogramme :
  - qui a un angle droit ;
  - dont les diagonales ont même longueur.



- Le losange est un parallélogramme :
  - qui a deux côtés consécutifs de même longueur ;
  - dont les diagonales sont perpendiculaires.



- Le carré est à la fois un rectangle et un losange.

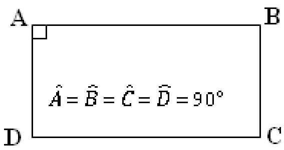


2 Rectangle

2.1 Définition

Définition

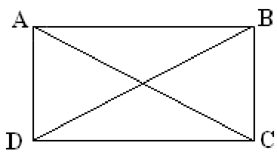
Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.



2.2 Propriété

Propriété

Les diagonales d'un rectangle ont même longueur.



ABCD est un parallélogramme et AC = BD.

Exercice

Construis un rectangle ABCD. Trace la parallèle à (BD) passant par le sommet C. Cette parallèle coupe (AD) en E.

Quelle est la nature du quadrilatère BCED ? Justifie ta réponse.

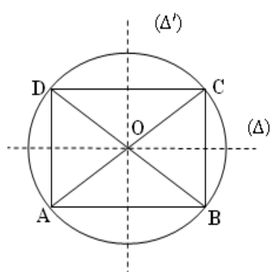
Quelle est la nature du triangle ACE ? Justifie ta réponse.

2.3 Caractérisation d'un rectangle

Propriété 2

Si ABCD est un rectangle :

- *il a toutes les propriétés d'un parallélogramme ;*
  de plus :
- $\widehat{BAD}$ *ou* $\widehat{ADC}$ *ou* $\widehat{DCB}$ *ou* $\widehat{CBA}$ *est un angle droit.*
- *BD = AC ; AO = OB = OC= OD*
- *A, B, C, D appartiennent au cercle de diamètres [BD] et [AC]*
- (Δ) *et* (Δ') *sont axes des de symétrie.*



Méthode

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle, il suffit de vérifier l'une des propriétés suivantes:

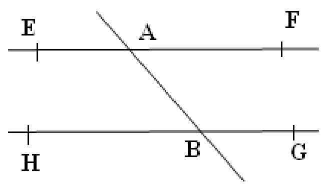
- il est un parallélogramme ayant un angle droit ;
- il est un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur ;
- il est un quadrilatère ayant trois angles droits.

Exercice :

Les droites (EF) et (HG) sont parallèles. La droite (AB) est une sécante à (EF) et (HG).

Construis :

- la bissectrice (D_1) de $\widehat{FAB}$;
- la bissectrice (D_2) de $\widehat{EAB}$;
- la bissectrice (D_3) de $\widehat{ABG}$;
- la bissectrice (D_4) de $\widehat{ABH}$.



On note M le point d'intersection de (D_1) et (D_3) ; N le point d'intersection de (D_2) et (D_4). Quelle est la nature du quadrilatère AMBN ? Justifie ta réponse.

Exercices

1) Trace un segment [EF] de 6 cm. Construis la médiatrice (D) de [EF].
   Marque un point A sur la droite (D) tel que le triangle EAF soit rectangle en A.
   Construis le point M symétrique de E par rapport à A et le point P symétrique de F par rapport à A.
   Quelle est la nature du quadrilatère EPMF ? Justifie.
2) Construis un parallélogramme PNEU. Trace la perpendiculaire en E à la droite (EU) ; elle coupe la droite (PN) en T.
   Trace la perpendiculaire en P à la droite (PN) ; elle coupe la droite (EU) en R.
   Que peux-tu dire du quadrilatère PRET ? Justifie.
3) A, B, C sont trois points non alignés.
   a) Construis les points B', C' symétriques de B et C par rapport à A.
   b) Quelle est la nature du quadrilatère BCB'C' ?
   c) Quelle doit être la nature du triangle ABC pour que :
      - BCB'C' soit un rectangle ?
4) Construis un triangle ABC rectangle en B, dont les longueurs des côtés [BC] et [AC] sont respectivement 4 cm et 7 cm.
   Construis le milieu O du côté [AC] ; construis le point D, symétrique de B par rapport à O. Justifie que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
   Quelle est la longueur du segment [BD] ? Justifie ta réponse.

Chapitre 36 : Losange – Carré

Objectifs

- Reconnaître un losange sur un dessin codé;
- justifier qu'un parallélogramme est un losange;
- construire un losange connaissant les mesures de ses diagonales ;
- reconnaître un carré sur un dessin codé ;
- justifier qu'un parallélogramme est un carré.

1 Losange

1.1 Définition

Définition :

Un losange est un parallélogramme dont deux côtés consécutifs ont même longueur.

1.2 Propriétés

Propriétés 1

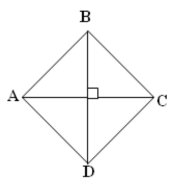
Si les diagonales d'un parallélogramme ont des supports perpendiculaires, alors ce parallélogramme est un losange.

ABCD est un parallélogramme.

Si AC ⊥ BD alors ABCD est un losange.

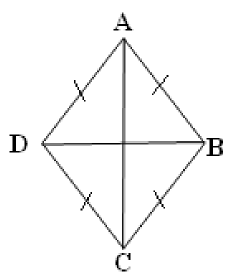
Propriété 2

Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange.



ABCD est un quadrilatère.

AB = BC = CD = DA alors ABCD est un losange.



Exercice

I est milieu du segment [AB] et (Δ) la médiatrice du segment [AB].

C'est un point de (Δ) distinct de I.

La parallèle à (AC) passant par B coupe (Δ) en D.

Justifie que les points C et D sont symétriques par rapport à I.

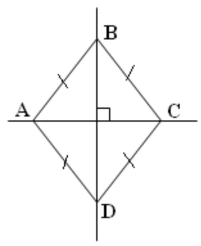
Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifie.

Méthode

Pour montrer qu'un quadrilatère est un losange, il suffit de démontrer que ce quadrilatère vérifie l'une des conditions suivantes :

- il est un parallélogramme dont deux côtés consécutifs ont même longueur ;
- il est un parallélogramme dont les diagonales ont des supports perpendiculaires ;
- il est un quadrilatère dont les quatre côtés ont même longueur ;
- il est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et ont des supports perpendiculaires.

AB = BC = CD = DA.
(AC) ⊥ (BD) .
(AC) et (BD) sont des axes de symétrie.



Exercice
Construis un triangle ABM isocèle en M.
Par A, trace la parallèle à la droite (MB) et par B, trace la parallèle à (AM).
Ces deux droites se coupent en N.
Que peux-tu dire du quadrilatère AMBN ? Justifie ta réponse.

2 Carré

Propriété

Un quadrilatère ABCD est un carré s'il est à la fois un rectangle et un losange.

Exercice
Construis un carré dont une diagonale a pour longueur 5 cm.

Exercices

1) Trace deux triangles équilatéraux ABC et ABD.
   Que peux-tu dire du quadrilatère ACBD. Justifie.
2) Construis un triangle ABC et [AI] sa médiane. J le symétrique de A par rapport à I.
   Donne la nature du quadrilatère ABJC. Justifie.
3) Réponds à chacune des questions suivantes en justifiant:
   a) un losange est-il un carré ?
   b) Un carré est-il un losange ?
   c) Un rectangle est-il un parallélogramme ?
   d) Un parallélogramme est-il un carré ?
   e) Un rectangle est-il un losange ?
   f) Certains rectangles sont-ils des losanges ?
4) CHAT est un losange de centre O. COTE est un parallélogramme.
   Fais une figure. Justifie pourquoi COTE est en fait un rectangle.

5) Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et deux de ses diamètres [AC] et [BD] dont les supports sont perpendiculaires.
   Justifie que le quadrilatère ABCD est un carré.

Chapitre 37 : Coefficient de proportionnalité : vitesse, masse volumique, débit.

Objectif

- Calculer et utiliser une vitesse, un débit, une masse volumique.

1 Calcul de la vitesse moyenne

Définition :

La vitesse moyenne est le quotient de la distance parcourue par la durée du parcours.

$\boxed{\mathcal{V} = \frac{d}{t}}$ $\mathcal{V}$ *= vitesse moyenne (en m/s ou en km/h)*

d *= distance parcourue (en m ou en km)*

t *= durée du parcours (en s ou en h)*

Unité

L'unité de vitesse moyenne s'exprime le plus souvent en mètre par seconde (m/s) ou en kilomètre par heure (km/h).

Exemple

Un cycliste parcours 42 km en 1 h 30 min.

Calcule sa vitesse moyenne.

1 h 30 min = 1,5 h.

$\mathcal{V} = \frac{42}{1,5} = 28$.

La vitesse moyenne est de 28 km/h.

Exercices

a) Un athlète parcourt 100 m en 9 s. Calcule sa vitesse moyenne.
b) Un automobiliste parcourt 145 km en 3 h. Calcule la vitesse moyenne en km/h puis en m/s.
c) Un cheval galope à une vitesse de 50 km/h. Calcule la distance parcourue par ce cheval en 30 min puis, en 120 s.

2 Calcul du débit moyen

Activité 2

a) Un affluent du fleuve Logone remplit une piscine de la Cotontchad de 30 m^3 en 2 heures. Quelle quantité d'eau déverse ce fleuve en 1 mn ?

Quelle quantité d'eau déverse-t-il en 10 h ?

b) On place sous un robinet un sceau dont la capacité est 15 *l* et qui est rempli en1 min 15s. Quel est le volume d'eau recueillie en 1 seconde ?

Définition

Le débit moyen d'écoulement d'un liquide est le rapport de la quantité du liquide écoulé par le temps d'écoulement.

$\mathcal{D} = \frac{\mathcal{V}}{t}$ *(en unités correspondantes*)

Exemple

Le débit d'écoulement du fleuve Logone à son embouchure est 1435m^3/s .

Remarque

La notion de débit ne s'applique pas seulement à l'écoulement d'un liquide.

Exemple

Les brûleurs d'une cuisinière sont réglés pour débiter $283l$ de gaz par heure. On dit que le débit du gaz est $283l\,/h$.

Exercices

1) Le fleuve Logone a un débit moyen de $15m^3/s$ à son embouchure sur le Chari. Quelle quantité d'eau déverse-t-il dans le Chari en $5h$?
2) Une piscine est un prisme droit creusé dans le sol. Elle a une profondeur de $5m$, une largeur de $25m$ et une longueur de $100m$.
   a) Calcule le volume de la piscine en m^3.
   b) La piscine pleine doit être vidée. Pour cela, une pompe motorisée tire l'eau de la piscine à un débit de $50l/s$.
   Calcule la durée nécessaire pour vider la piscine.

3 Calcul de la masse volumique

Définition

La masse volumique d'un corps est le quotient de la masse d'une certaine quantité de ce corps par le volume occupé par cette quantité.

L'unité de la masse volumique dépend des unités de la masse et du volume.

Exemples de masse volumique de quelques corps

corps	Masse volumique
Aluminium	2,69
Argent	10,49
Fer	7,8
Or	19,27
Plomb	11,37
Alcool	0,79
Eau	1

Exercices

1) Un récipient contient 125g de crème dont la masse volumique est $0{,}94\text{g}/cm^3$.
   Calcule le volume de la crème contenue dans le récipient.
2) On dispose de 3kg de mercure dont la masse volumique est de $13{,}6\text{kg}/dm^3$.
   Un flacon de $200ml$ peut-il le contenir ? Pourquoi ?

Exercices

1) Un cycliste roule à une vitesse de 35 km/h ; un coureur parcourt 100m en 10 secondes. Lequel des deux est le plus rapide ?
2) Un guépard se déplace à la vitesse de 25m/s. Calcule le temps qu'il met pour atteindre une proie située à :
   a) 75m ; b) 380m ; c) 525m.
3) Un train parcourt 90 km en 40 min.
   a) Combien mettra-t-il de temps pour parcourir 512 km ?
   b) Si le départ a lieu à 9h37min, à quelle heure arrivera-t-il à destination ?
4) Le débit journalier de la circulation sur le « pont à double voie » est de 1 439 véhicules. Exprime le débit moyen de la circulation en nombre de véhicule par heure.

5) Pour construire le « Palais du 15 janvier », on a utilisé environ $885m^3$ de fer ; la masse volumique du fer étant $7{,}8t/m^3$.
   Calcule la masse de fer utilisée pour cette construction.
6) La masse d'un flacon plein d'eau est 360g ; la masse de ce flacon vide est 60g ; enfin la masse de ce flacon plein d'alcool est 297g.
   a) Quelle est la contenance du flacon ?
   b) Calcule la masse volumique de l'alcool.

Chapitre 38 : **Pourcentage**

Objectifs

- Appliquer un pourcentage à un nombre donné;
- calculer un pourcentage;
- utiliser un pourcentage.

1 Calcul d'un pourcentage

Définition

Un pourcentage est un coefficient de proportionnalité exprimé sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 100.

Exemple

Un fromage dont la masse est 250g contient 120 g de matières grasses. Calcule le pourcentage de matières grasses dans ce fromage.

On obtient le tableau de proportionnalité suivant :

Masse de fromage (en g)	250	100
Masse de matières grasses (en g)	120	x

Le pourcentage de matières grasses est : $x = \frac{120 \times 100}{250} = 48$.

Ce produit contient donc 48% de matières grasses.

Exercice

1315 élèves de Koumra se présentent au concours d'entrée à l'Ecole Normale des Instituteurs. 110 sont admis.

Calcule le pourcentage de réussite et le pourcentage d'échec.

2 Application d'un pourcentage

Règle

Appliquer un pourcentage de $t\%$ à un nombre, c'est le multiplier par $\frac{t}{100}$.

Exemple

Applique 32% au nombre 100.

On obtient : $100 \times \frac{32}{100} = 32$.

Exercice

Calcule :

a) 12% de 4 650 b) 33% de 15 c) 125% de 8 d) 12,5% de 900.

Exercices

1) Calcule :
   0,1% ; 5% ; 10% ; 20,5% ; 150% du nombre 3 780.

2) Un commerçant réalise un bénéfice de 13,6% sur le prix d'achat. Quel est son bénéfice pour le prix d'achat de :
   a) 200 F b) 340 F c) 3 600 F ?
   Calcule le prix de vente de ces articles.
3) Le corps humain est constitué d'environ 60% d'eau, 1% de sels minéraux, le reste se compose de matières organiques (lipides, protides, glucides). Calcule :
   a) le pourcentage de matières organiques dans le corps humain.
   b) la masse de chaque composante pour un homme de 70 kg.
4) Le nombre d'étudiants reçus au concours d'agriculture de Ba-Hili est en augmentation de 12%. Il y avait 125 reçus l'an dernier. Combien d'étudiants sont reçus cette année ?
5) Dans la commune du 7ème arrondissement de la ville de N'Djaména, 75% des inscrits sur la liste électorale ont pris part au vote. 40% des votants ont choisi M. KASRAM.
   Il y a 2 260 personnes inscrites sur la liste électorale. Quel pourcentage des inscrits a choisi M. KASRAM ?
6) Un poste radio est vendu 3 000 F le 1er janvier 2012.
   a) Le 1er mars 2012, il augmente de 8%. Calcule le prix de vente à cette date.
   b) Il augmente ensuite de 12% le 1er juillet 2012. Quel est le prix de vente à cette date ?
   c) Le pourcentage d'augmentation du prix le 1er juillet par rapport au prix du 1er janvier est-il de 20% ?

Chapitre 39 : Echelle

Objectifs

- Etablir une équivalence entre une échelle et un coefficient de proportionnalité ;
- découvrir que les distances réelles et les longueurs sur le plan sont proportionnelles ;
- déterminer les distances réelles quand on connait l'échelle et les mesures sur le plan.

1 Calcul d'une échelle

<u>Définition</u>

L'échelle est le coefficient de proportionnalité exprimé sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction.

Si D est la distance réelle, d *la distance du dessin et e l'échelle, on a :*

$e = \frac{distance\ sur\ le\ dessin}{distance\ réelle}$. *On écrit :* $e = \frac{d}{D}$.

Remarque

d et D doivent être exprimés dans la même unité.

L'échelle e est un quotient de longueurs. Il est indépendant de l'unité choisie.

Exercices

1) Sur un plan, une longueur mesure 4,8 cm. En réalité, cette longueur mesure 12 m. Quelle est l'échelle de ce plan ?
2) Paul a représenté par un trait de 8,5 cm une tige métallique de 4,25 m.
   A-t-il raison, quand il dit que son dessin est à l'échelle de $\frac{1}{50}$? Justifie ta réponse.

2 Utilisation d'une échelle

Définition

L'échelle e *d'une représentation est le coefficient de proportionnalité permettant de passer des distances réelles aux distances de la représentation.*

Echelle d'une carte

L'échelle est souvent représentée sous la forme d'une fraction de numérateur 1. On peut lire sur une carte « échelle 1/1.000.000 ».

Les mesures effectuées sur la carte sont proportionnelles aux mesures effectuées sur le terrain.

Distance sur la carte(en cm)	1	d
Distance réelle (en cm)	1.000.000	D

- D = 1.000.000 x d
- d = D/1.000.000

Exercice

On dispose d'une carte à l'échelle 1/100.000.

a) Combien 1 cm de la carte représente-t-il de km en réalité ?
b) Sur cette carte, la distance entre deux villes est de 4,5 cm. Quelle est la distance réelle qui sépare les deux villes ?

Exercices

1) Djéra veut représenter un carré de 81 dam^2 par un carré de 36 cm^2. Quelle échelle Djéra choisira-t-il ?
2) Recopie et complète le tableau suivant :

Echelle	$\frac{1}{25\,000}$	$\frac{1}{200\,000}$	…
Longueur sur le dessin	24 cm	… cm	6 cm
Longueur réelle	… km	30 km	24 km

3) Un plan est à l'échelle 1/125. A quelles distances réelles correspondent 10 cm ; 3 cm ; 7,5 cm sur le dessin ?
4) L'échelle d'un plan est 1/24.
   On réalise un nouveau plan en ajoutant à chaque dimension de l'ancien plan le tiers de sa valeur.
   Quelle est l'échelle du nouveau plan ?
5) Sur une carte au $\frac{1}{5\,000}$, les dimensions d'un rectangle sont 18 mm et 30 mm.
   Quelles seront les dimensions de ce rectangle sur une carte au $\frac{1}{1\,500}$?
6) Rosine et Sadié font des courses au marché moderne de Koumra. Devant un article marqué 3 250 F, Rosine dit : « il vaut mieux acheter ce produit au marché Dombolo ; ici c'est 10% plus cher ».
   Trouve le prix de l'article au marché Dombolo.

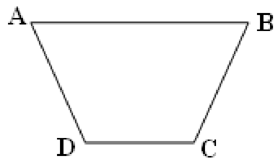
Chapitre 40 : Trapèze

Objectifs

- Reconnaître un trapèze parmi d'autres configurations du plan;
- construire un trapèze ;
- calculer l'aire d'un trapèze.

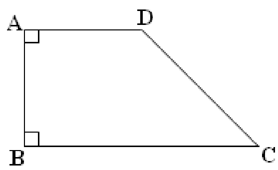
1 Définition

Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés de supports parallèles.
Les deux autres côtés ont des supports sécants.
ABCD est un trapèze :
(AB) ∥ (CD).
Les côtés [AB] et [DC] sont ses bases.



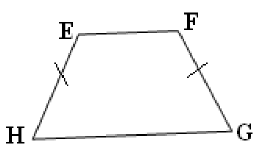
2 Trapèze rectangle

Définition :
Un trapèze rectangle est un trapèze qui a un angle droit.
(AB) ⊥ (AD).



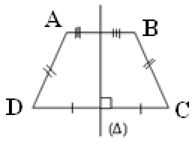
3 Trapèze isocèle

Définition
Un trapèze isocèle est un trapèze qui a ses côtés de supports sécants de même longueur.



(EF) ∥ (HG) et
EH = FG.

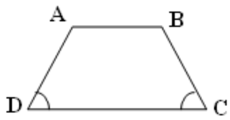
Propriété
Un trapèze isocèle a un axe de symétrie qui est la médiatrice de ses bases.



(Δ) médiatrice de [AB] et [DC],
$mes\hat{A} = mes\hat{B}$,
$mes\widehat{D} = mes\hat{C}$.

4 Caractérisation d'un trapèze isocèle

Propriété
Si un trapèze a deux angles à la base de même mesure, alors il est isocèle.
ABCD est un trapèze de bases [AB] et [DC].
Si $mes\widehat{D} = mes\hat{C}$, alors ABCD est un trapèze isocèle.



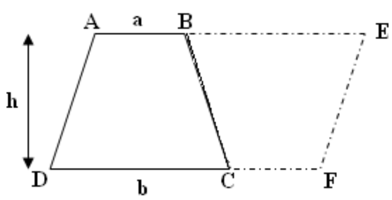
Exercice

-Construis un trapèze EFGH tel que (FG) ∥ (EH) et $mes\hat{E} = mes\widehat{H}$.
Soit S le point d'intersection des droites (EF) et (GH).
-Trouve des triangles isocèles dans la figure.
Justifie que le trapèze EFGH est isocèle.

5 Aire d'un trapèze

$\mathcal{A}$ est l'aire du trapèze ABCD,
a est la petite base,
b est la grande base et
h est la hauteur.

$$\mathcal{A} = \frac{(a+b) \times h}{2}$$

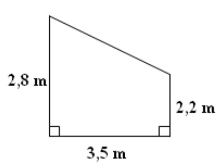


Exercices

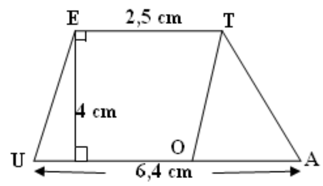
1) Un terrain en forme de trapèze a une grande base de 19 m et une petite base de 13 m. Calcule la hauteur de ce trapèze sachant que son aire est 96 m^2.
2) Calcule l'aire d'un trapèze dont les longueurs respectives de la grande base, de la petite base et de la hauteur sont 9 cm, 5 cm et 7 cm.

Exercices

1) Calcule l'aire de la façade ci-contre.



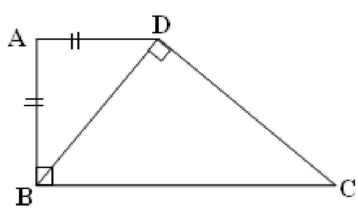
2) ETAU est un trapèze et ETOU est un parallélogramme.
Calcule l'aire du trapèze ETAU.



3) Trace un trapèze isocèle ABCD de bases [AB] et [DC].
Trace les diagonales [AC] et [BD]. Compare AC et BD.
Justifie ta réponse. Enonce une propriété sur les diagonales d'un trapèze isocèle.
4) On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire d'un trapèze, par h sa hauteur, a et b les longueurs respectives de sa petite base et de sa grande base.
Complète le tableau ci-dessous.

a (en m)	b(en m)	h(en m)	$\mathcal{A}$(en m^2)
43,2	74,5	56	
64		33,5	2438,8
	27,75	18,42	605,5575
54,63	87,37		3124

5) Examine la figure ci-contre.
Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
Justifie ta réponse.
Trouve la mesure de chacun des angles $\widehat{ADC}$et $\widehat{BCD}$.
Justifie ta réponse.
Quelle est la nature du triangle $\widehat{BCD}$?
Justifie ta réponse.



Chapitre 41 : Hexagone et octogone réguliers

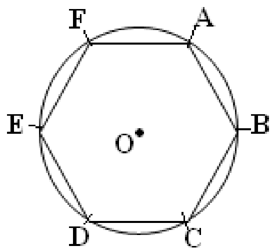
Objectifs

- Construire un hexagone régulier;
- construire un octogone régulier.

1 Hexagone régulier

Définition

Un hexagone régulier est un polygone inscriptible dans un cercle ayant six côtés de même longueur.

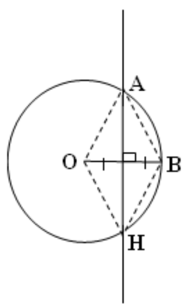


$(\mathcal{C})$ est un cercle de rayon r.
AB = BC = CD = DE = EF = FA =r.

Exercices

1) Trace un segment [AB] de longueur 4 cm. A l'aide du compas uniquement, construis les sommets d'un hexagone régulier dont [AB] est un côté.

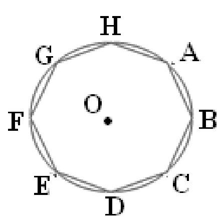
2) $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon 2 cm.
(AH) est la médiatrice du rayon OA.
(OA) coupe le cercle au point E.
(OB) coupe le cercle au point G.
(OH) coupe le cercle au point F.
- Marque les points E, G et F.
- Justifie que EHBAFG est un hexagone régulier.



2 Octogone régulier

Définition

Un octogone régulier est un polygone inscriptible dans un cercle ayant huit (8) côtés de même longueur.
AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH = HA.



Exercice :

Construis un octogone régulier MNPQRSTV, inscrit dans le cercle ($\mathcal{C}$) de centre O.

Explique ta construction.

Exercices

1) ABCDEF est un hexagone régulier. On veut recouvrir l'intérieur de cet hexagone par un pavage régulier constitué uniquement de triangles équilatéraux.
   Quel est le nombre minimal de triangles équilatéraux nécessaires à ce pavage ?
2) Construis un octogone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 3 cm.
   Nomme les axes de symétrie et le centre de symétrie de cet octogone.
   Quelle est la mesure de chacun des angles de cet octogone régulier ? Justifie ta réponse.
   Déduis-en la somme des mesures des angles d'un octogone régulier.

Chapitre 42 : Repérage d'un point sur une droite, dans le plan.

Objectifs

- Placer sur une droite graduée un point d'abscisse entière donnée ;
- repérer un point donné sur un quadrillage;
- placer dans un plan un point de coordonnées connues.

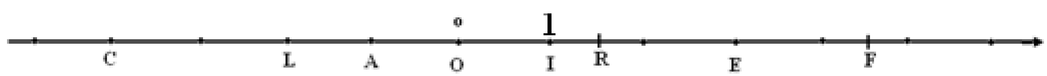
1 Repérage d'un point sur une droite

Règle

1. *Tout nombre décimal relatif* m *permet de repérer un point A unique d'une droite* (xx')*.*
2. *Tout point de la droite* (xx') *est repéré, avec une approximation suffisante, par un nombre décimal relatif unique* m*.*
   Le nombre décimal relatif m *est appelé abscisse du pointA.*

Exercices

1) Sur une droite graduée (xx') d'origine O, place les points A, B, C, D, E d'abscisses respectives (+4,5) , (-2), (-2,5), (-3,5) et (+0,7).
2) Donne les abscisses des points de la droite ci-dessous.



Règle

Pour déterminer sans ambigüité une graduation régulière sur une droite, nous devons faire les 3 choix suivants :

- *Choix d'une unité de longueur,*
- *Choix de l'origine de la graduation,*
- *Choix de la demi-droite qui porte les points d'abscisses positives.*

2 Repérage d'un point dans un plan

a) Trace, comme axes, deux droites (xx') et (yy′) perpendiculaires en O.

b) Construis une graduation régulière, d'origine commune O, sur chacune des droites (xx') et (yy′).

(xx') est appelé ***axe des abscisses***, (yy′) est appelé ***axe des ordonnées.***

Tout point du plan peut être repéré par un couple de nombres décimaux.

Les éléments du couple de nombres décimaux associés à un point sont appelés des ***coordonnées*** du point.

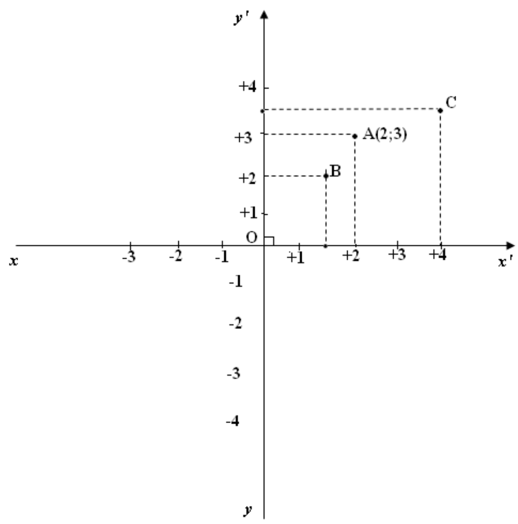
Le premier élément du couple est ***l'abscisse*** du point ; le second élément est ***l'ordonnée*** de ce point.

Exemple

A est repéré par le couple (2 ; 3) et no écrit A(2 ;3).

Note les coordonnées des points B et C.

Place les points D(-4 ; -1), E(2 ;5), F(0 ;-4).



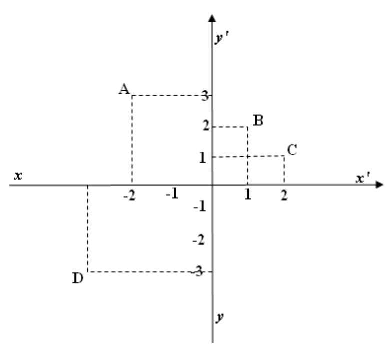
Règle:
1) *Tout couple de nombres décimaux relatifs permet de repérer un point A unique du plan.*
2) *Tout point du plan est repéré par un couple unique (x, y) de nombres décimaux relatifs.*
   Les nombres x et y sont appelés les coordonnés du point A ; x est l'abscisse et y l'ordonnée.

Remarque

Lorsque les deux droites (xx′) et (yy′) sont sécantes et non perpendiculaires, on obtient un quadrillage oblique.

Exercices

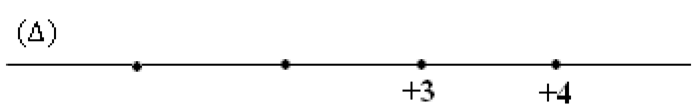
1) Dans le repère ci-contre, quelle(s) est(sont) :
   a) L'abscisse de A ?
   b) L'ordonnée de B ?
   c) Les coordonnées de A, B, C et D ?



2) Dessine un repère et place dans ce repère les points ci-après :
   E(+5 ; -4,5) ; F(-3,5; 1) ; G(-1 ;-3) ; H(0 ;+2) ; K(3,5 ;0).

Exercices

1) Reproduis cette partie de la droite graduée, puis retrouve les points A, d'abscisse (+2), B d'abscisse (-1,5), C d'abscisse (-5) et D d'abscisse (+3,5).



2) Soient A et O deux points d'une droite (Δ) tels que OA = 2 cm.
   a) Gradue la droite (Δ) de façon que O soit l'origine de la graduation et A soit le point d'abscisse (-1) ;
   b) Marque sur (Δ) les points suivants :
      B : (+1) ; C : (-2) ; D : (+1,5) ; E : (-2,7) ; F : (+3) ; G : (-3,1).
3) (Δ) et (Δ′) deux droites perpendiculaires au point O.
   Gradue chacune de ces droites en prenant O comme origine et 1 cm pour unité de longueur.
   a) Place les points suivants : A (+3 ;+1) ; B (-1 ; -3) ; C (+4 ;-2) ; D (+8 ; +2).
   b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
4) (Δ) et (Δ′) sont deux droites sécantes en un point O.
   a) Gradue la droite (Δ) en prenant O comme origine et 1 cm pour une unité de longueur.
   b) Gradue la droite (Δ′) en prenant O comme origine et 2 cm pour une unité de longueur.
   c) Marque les points suivants : A (+1 ;+1) ; B (-2 ;+1) ; C (0 ; -1) ; D (+2 ; 0).
5) Dessine un repère et place les points :
   A (-1 ; 2) ; B(0 ; 4) ; C (-1 ; 0) ; D (0 ; -3) ; E (-4 ; -3).
   Trace en bleu les segments [AB] ; [BC] ; [CD] ;[DE] ; [AE].
   Place les points A', B', C', D', E' dont on obtient les coordonnées en ajoutant (+4) à l'abscisse et (-3) à l'ordonnée des points A, B, C, D, E.
   Trace en rouge les segments [A'B'] ; [B'C'] ; [C'D'] ; [D'E'] ; [E'A'].

BIBLIOGRAPHIE

BONNEFOND, Gérard(1987). – Mathématiques 5è. Collection Pythagore ; Hatier ; 22p.

BONTEMPS, Guy et al.(1991). – Mathématiques 5è. Puissance Maths. Livret du professeur ; Bordas, 91p.

C.I.A.M.(1994 – 2008). – Mathématique 5è ; EDICEF ; 223p.

C.I.A.M.(1994). – Mathématique. Livret d'activités ; EDICEF ; 95p.

GUIOT, Paul-Jacques(1991). - Mathématiques 5è. Puissance Maths. Cahier d'exercices ; Bordas, 63p.

MALAVAL, Joël(1989). – Maths 5è ; Nathan, 239p.

MONGE, Maurice(1987). – Mathématiques. Classe de cinquième ; Belin ; 208p.

MORLET, Maurice ; CORNIC, Marie-Cécile(1970). – Mathématiques. Classe de cinquième ; Nathan ; 222P

SUCH, Simone(1987). – Mathématiques 5è ; Bordas ; 255p.

SUCH, Simone(1987). – Mathématiques 5è. Guide pédagogique ; Bordas ; 109p.

CNC. – Manuel de mathématiques sixième(2012) ; Ed. du CNC ; 157p.

Partenariat
Coopération Suisse
Lycée Saint François Xavier
Label 109

Livret à ne pas vendre

Contact
info@label109.org

Télécharger gratuitement les applications et livres numériques sur le site:
http://www.tchadeducationplus.org

Mobile et WhatsApp: 0023566307383

Rejoignez le groupe: https://www.facebook.com/groups/tchadeducationplus